

1年課題研究『数学発見』 研究指南書

これは課題研究で数学を研究するための練習です。最後に、レポートを作成してグループ発表します。各自テーマを一つ決めて問題に取り組み、「分かりやすく」「筋道立てて」「簡潔に」説明しましょう。余力のある人はチャレンジ問題にも取り組んでみましょう。

1 平均が m 、標準偏差が s であるデータにおいて、値が x であるとき、偏差値は $y = 10 \cdot \frac{x - m}{s} + 50$ で計算できる。

なぜこの式で偏差値が求められるか説明せよ。

2 一辺の長さが1である正八面体の体積を求めよ。

【チャレンジ】

一辺の長さが1である正二十面体の体積を求めよ。

3 a, b, c は実数であり、 $a \neq 0$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) 3次方程式 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ の解が α, β, γ であるとき、3次方程式の解と係数の関係を導け。

(2) 4次方程式 $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ の解が $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ であるとき、4次方程式の解と係数の関係を導け。

4 a, b, c は整数とする。3次方程式 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ に整数解が存在するとき、その整数解は c の約数であることを示せ。ただし、ここで c の約数とは負の約数を含む。

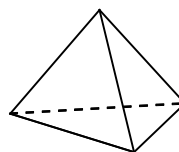
5 正六面体や、正四面体のように、

①各面はすべて合同な正多角形である。

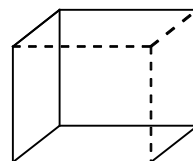
②各頂点に集まる面の数はすべて等しい。

という条件を満たす凸多面体を「正多面体」という。

(1) 正六面体や正四面体以外に、どのような正多面体があるか。



正四面体



正六面体

(2) 様々な正多面体について、全ての面を異なる色で塗った場合、色の塗り方が何通りあるか。ただし、回転させて一致するものは同一とみなす。

【チャレンジ】

正多面体を面の数より少ない色で塗ることを考える。隣り合う面が同じ色にならないように塗るとすると、使う色の数ごとに何通りの塗り方があるか。

- 6 (1) 直角三角形の3辺にそれぞれを1辺とした正方形を作り，その面積について考察することで，ピタゴラスの定理を証明しよう。
- (2) 一般的な三角形の3辺にそれぞれを1辺とした正方形を作り，その面積について考察することで，ピタゴラスの定理を拡張しよう。

【チャレンジ】

正方形の面積を比較する際に，それぞれの正方形を切り分け，パズルのように並べ直してピタゴラスの定理を体感する方法がある。挑戦してみよう。また一般の三角形で，同様のことはできるのだろうか？

