

第19回 数学IA 1日1題

2020/5/5

() 年 () 組 () 番 名前 ()

(1) 2次関数 $y=x^2-4x+4m^2$ のグラフと x 軸の共有点の個数は、定数 m の値によってどのように変わるか。

$$\begin{cases} y = x^2 - 4x + 4m^2 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 4x + 4m^2 = 0$$

∴ a 方程式 a 判別式 $\Delta \geq 0$ なる。

$$\begin{aligned} \frac{\Delta}{4} &= (-2)^2 - 1 \cdot 4m^2 \\ &= -4m^2 + 4 \\ &= -4(m+1)(m-1) \end{aligned}$$

$\frac{\Delta}{4} > 0$ a とき、つまり $-1 < m < 1$ a とき、異なる2つの実数解。
 $\frac{\Delta}{4} = 0$ a とき、つまり $m = -1, 1$ a とき、1つ (重解)
 $\frac{\Delta}{4} < 0$ a とき、つまり $m < -1, 1 < m$ a とき、なし。
 よ、 $\begin{cases} -1 < m < 1$ a とき 2個
 $m = -1, 1$ a とき 1個
 $m < -1, 1 < m$ a とき 0個

(2) 2次方程式 $3x^2-3x+m=0$ が重解をもつように、定数 m の値を定めよ。また、そのときの重解を求めよ。

① a 判別式 $\Delta \geq 0$ なる。

$$\begin{aligned} \Delta &= (-3)^2 - 4 \cdot 3 \cdot m \\ &= 9 - 12m \end{aligned}$$

重解があるから、 $\Delta = 0$ 。

$$9 - 12m = 0$$

$$m = \frac{3}{4}$$

① a 重解は

$$x = \frac{-(-3)}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

解の公式から、
重解の公式 \wedge
 $ax^2+bx+c=0$ a 解
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
 \downarrow 重解 a とき $\Delta=0$ ため
 $x = \frac{-b}{2a}$

(3) a を定数とするとき、方程式 $a^2x-1=a(x-1)$ を解け。

$$\begin{aligned} a^2x-1 &= a(x-1) \\ a^2x-1 &= ax-a \\ a(a-1)x &= -(a-1) \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

① において、 $a(a-1)$ が両辺を割りたいが、
 $a=0, a=1$ a とき 0 が割ることになり、
 ㄹ!! 場合分けが必要!!

(i) $a \neq 0$ か $a \neq 1$ a とき

① は、 $x = \frac{-(a-1)}{a(a-1)}$

$$x = -\frac{1}{a}$$

(ii) $a=0$ a とき

① は、 $0 \cdot x = 1$

これを満たす x はない
 解なし。

(iii) $a=1$ a とき

① は、 $0 \cdot x = 0$

これを満たす x は
 全 $2a$ 実数。

(i), (ii), (iii) より

$$\begin{cases} a \neq 0 \text{ か } a \neq 1 \text{ a とき } x = -\frac{1}{a} \\ a = 0 \text{ a とき } \text{解なし} \\ a = 1 \text{ a とき } x \text{ は全 } 2a \text{ 実数} \end{cases}$$