

第13回 数学IA 1日1題

2020/4/29

()年()組()番 名前()

$x \geq 0, y \geq 0, x + y = 1$ のとき, x のとりうる値の範囲を求めよ。また, $x^2 + 2y^2$ の最大値と最小値を求めよ。

$$x + y = 1 \text{ より } y = -x + 1$$

$$y \geq 0 \text{ より } -x + 1 \geq 0$$

$$x \leq 1, \quad x \geq 0 \text{ より } \underline{0 \leq x \leq 1}$$

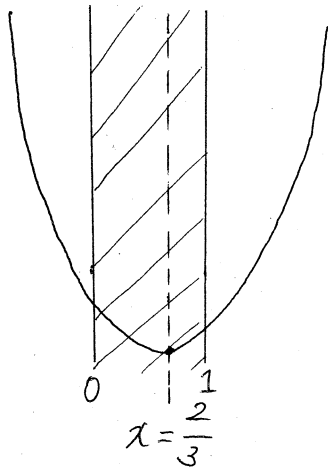
$$x^2 + 2y^2 = x^2 + 2(-x + 1)^2$$

$$= x^2 + 2x^2 - 4x + 2$$

$$= 3x^2 - 4x + 2$$

$$= 3\left(x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} - \frac{4}{9}\right) + 2$$

$$x^2 + 2y^2 = 3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{2}{3} \quad \text{頂点}\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right), \text{下に凸の放物線}$$



$$0 \leq x \leq 1 \text{ より}$$

$$x = 0 \text{ での最大値 } 2,$$

$$x = \frac{2}{3} \text{ での最小値 } \frac{2}{3} \text{ をとる。}$$

$$\text{最大値 } 2 \quad (x=0, y=1)$$

$$\text{最小値 } \frac{2}{3} \quad (x=\frac{2}{3}, y=\frac{1}{3})$$