

# 第12回 数学IA 1日1題

2020/4/28

( )年( )組( )番 名前( )

(1)  $4x + y = 1$  のとき,  $x^2 + y^2$  の最小値を求めよ。

$$4x + y = 1 \text{ より } y = -4x + 1$$

$$\begin{aligned} \text{よって, } x^2 + y^2 &= x^2 + (-4x + 1)^2 \\ &= x^2 + 16x^2 - 8x + 1 \\ &= 17x^2 - 8x + 1 \\ &= 17\left(x^2 - \frac{8}{17}x + \frac{16}{17^2} - \frac{16}{17^2}\right) + 1 \\ &= 17\left(x - \frac{4}{17}\right)^2 - \frac{16}{17} + 1 \end{aligned}$$

$$x^2 + y^2 = 17\left(x - \frac{4}{17}\right)^2 + \frac{1}{17} \quad \text{頂点}\left(\frac{4}{17}, \frac{1}{17}\right), \text{下に凸の放物線}$$

$$\text{よって, } x^2 + y^2 \text{ の最小値は } x = \frac{4}{17} \text{ のとき } \underline{\frac{1}{17}}$$

(2)  $3x + y = -6$  のとき,  $xy$  の最大値を求めよ。

$$3x + y = -6 \text{ より } y = -3x - 6$$

$$xy = x(-3x - 6)$$

$$= -3(x^2 + 2x)$$

$$= -3(x + 1)^2 + 3 \quad \text{頂点}(-1, 3), \text{上に凸の放物線}$$

$$\text{よって, 最大値は } x = -1 \text{ のとき } \underline{3}$$