第11回　数学ⅠA　1日1題

2020/4/27

（　　）年（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　　　）

点 P(p, p^2) は，放物線 $y=x^2$ 上の点で，2 点 A(−2, 4)，B(4, 16) の間にある。このとき，△APB の面積の最大値を求めよ。

別解 数Ⅱ

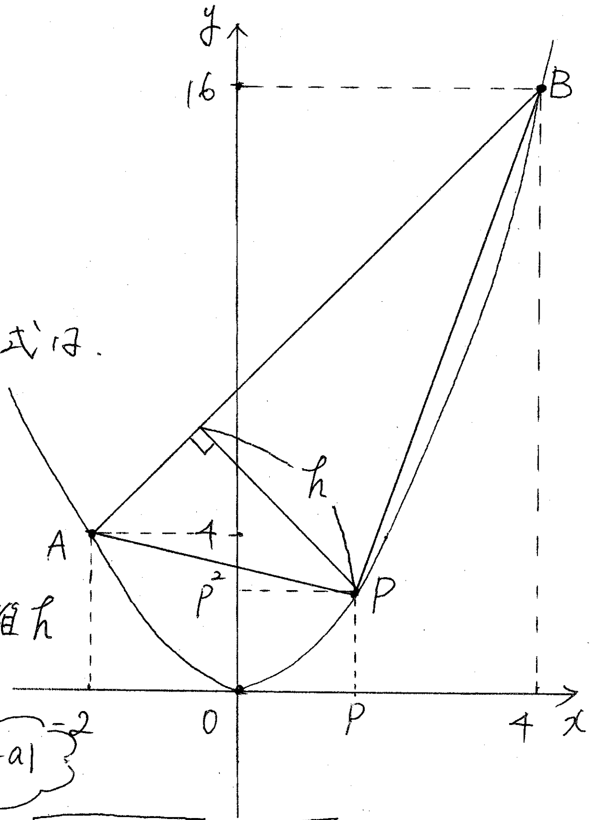
点P(p, p^2) が放物線 $y=x^2$ 上で、2点A, Bの間にあることから、$-2<p<4$ …①

また、△APBの面積を $S(x)$ とする。

A(−2, 4), B(4, 16) を通る直線ABの方程式は、

$$y-4=\frac{16-4}{4-(-2)}\{x-(-2)\}$$

$$2x-y+8=0$$



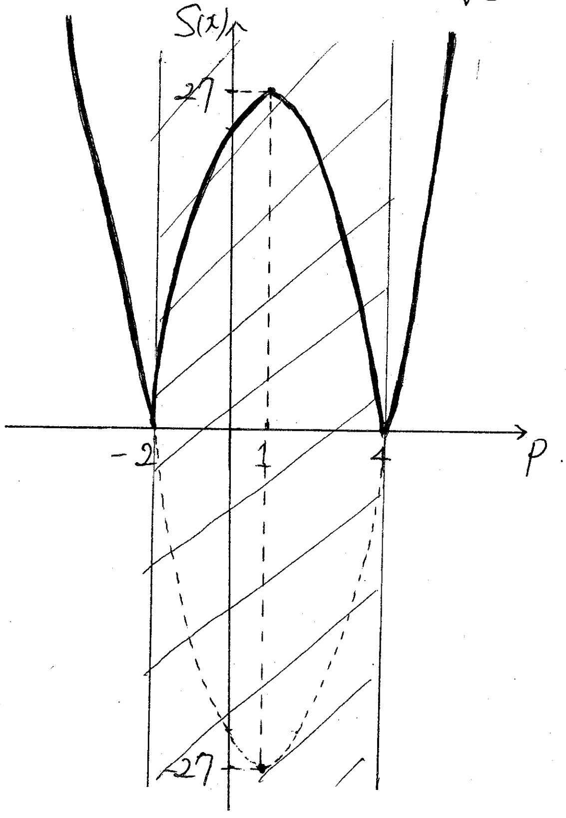
点P(p, p^2) と、直線AB ($2x-y+8=0$) との距離 h

$$h=\frac{|2p-p^2+8|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{|p^2-2p-8|}{\sqrt{5}}$$

$|a|=|-a|$

線分ABの長さは $\sqrt{\{4-(-2)\}^2+(16-4)^2}=\sqrt{36+144}=6\sqrt{5}$

よって、$S(x)=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{5}\times\frac{|p^2-2p-8|}{\sqrt{5}}=3|(p-1)^2-9|$



$S(x)=3|(p-1)^2-9|$ のグラフは左図の実線部分

①より、$S(x)$ の最大値は

$p=1$ のとき $\underline{27}$