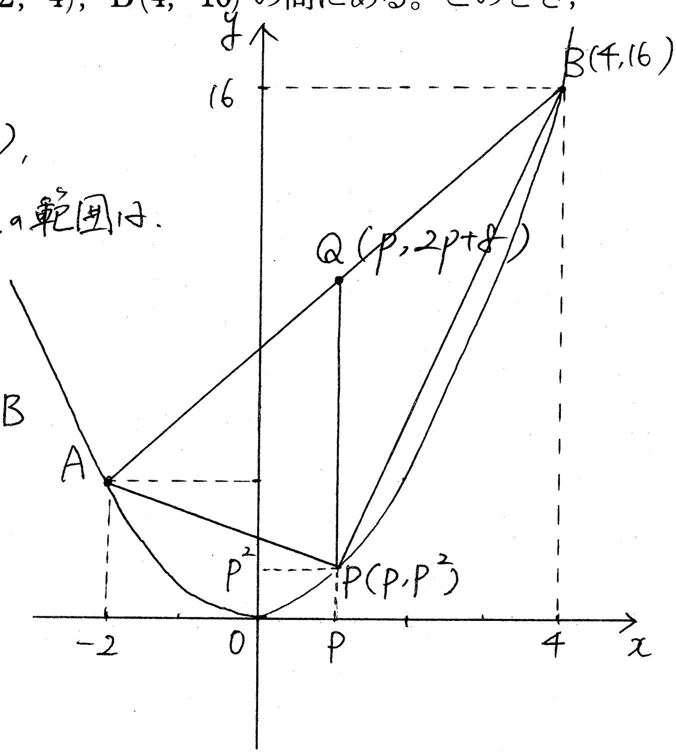
第11回　数学ⅠA　1日1題

2020/4/27

（　　）年（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）

点 $P(p,\ p^2)$ は，放物線 $y=x^2$ 上の点で，2点 $A(-2,\ 4)$，$B(4,\ 16)$ の間にある。このとき，$\triangle APB$ の面積の最大値を求めよ。



点Pは放物線 $y=x^2$ 上の点で，A(−2,4)，B(4,16)の間にあるから，p のとり得る値の範囲は，

$$-2 < p < 4 \quad \cdots ①$$

点Pを通り，y軸に平行な直線と直線ABとの交点をQとする。

直線ABの方程式は

$$y-4=\frac{16-4}{4-(-2)}\{x-(-2)\}$$

$$y=2x+8$$

したがって点Qの座標はQ(p, 2p+8)

△APQの面積は，$\frac{1}{2}\underbrace{(2p+8-p^2)}_{PQ}\underbrace{\{p-(-2)\}}_{高さ}=-\frac{1}{2}(p^2-2p-8)(p+2)$

△BPQの面積は，$\frac{1}{2}\underbrace{(2p+8-p^2)}_{PQ}\underbrace{(4-p)}_{高さ}=-\frac{1}{2}(p^2-2p-8)(4-p)$

したがって，△ABPの面積を $S(p)$ とすると

$$S(p)=-\frac{1}{2}(p^2-2p-8)(p+2)+\left\{-\frac{1}{2}(p^2-2p-8)(4-p)\right\}$$

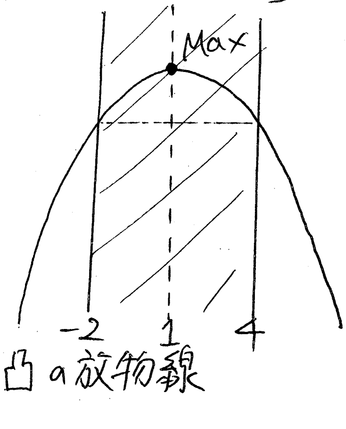
$$=-\frac{1}{2}(p^2-2p-8)\{(\cancel{p}+2)+(4-\cancel{p})\}$$

$$=-\frac{1}{2}(p^2-2p-8)\cdot 6$$

$$=-3(p^2-2p-8)$$

$$=-3(p-1)^2+27$$

頂点(1,27)の上に凸の放物線



① $-2<p<4$ より　$p=1$ のとき 最大値27