

# 高校生のための鉛筆の芯の摩耗と 筆記特性の関係性に関する実験的研究

3521 佐々木月士 3515 河口仁 3523 柘植博登 3531 原暖空

本研究の目的は「鉛筆の芯の摩耗と筆記特性の関係を明らかにし、文字の隙間を潰さずにトメ・ハネ・ハライを表現できる『高校生のための鉛筆使用法』を提案すること」である。最終的には「鉛筆を使用して芯を削りたくなる太さになるまでに数学プリントの表面を解き切る」ことを目指す。このためにまず「鉛筆で書く」という現象を分析した。芯を「削りたくなる」と感じる太さを測定したところ、本校理数科3年次生の平均値は0.65mmであった。また、文字の太さは文字数の増加に伴って単調に増加する傾向が見られ、文字数と10文字毎の芯の減りには正の相関があり、その関係は無理関数に近い形であった。よって、芯の摩耗の法則性を明らかにするため、芯の先端の斜円錐の体積を求める方法を導出し、摩耗の現象のモデル化を試みた。さらに、削り方による筆記特性を評価した結果、鉛筆の先端角度が小さいほど文字が太くなる傾向があることが分かった。今後は、芯の摩耗の法則の解明や、鉛筆の持ち方・角度が筆記に与える影響の調査を通じて、研究目的の達成を目指す。

【キーワード】 文字の太さ、芯の摩耗、画数、トメ・ハネ・ハライ

## 1. 目的

### 1.1 研究の動機・目的

高校生は大量に小さい文字を書くため、すぐに文字の太さが太くなってしまいう鉛筆は使用しないことに気付いた。しかし、鉛筆には「軽い」「折れにくい」など様々な魅力がある。私たちは、使い方次第で高校生でも魅力を活かして鉛筆を使用することができると考え、本研究を始めた。

本研究の目的は、鉛筆の芯の摩耗と筆記特性の関係を明らかにすることを通じて、文字の隙間を潰さず、トメ・ハネ・ハライを表現できる「高校生版鉛筆使用法」を考案することである。

最終的に、削りたくなる太さに達するまでに数学プリント「日々題」の表面を鉛筆で解き切ることを目指す。

### 1.2 研究の道筋

「鉛筆で書く」という現象の分析を行う。分析をもとに、文字の種類や削り方による筆記特性を評価する。最後に、鉛筆使用方法を提案する。

なお、本研究では、文字とその画数及びトメ・ハネ・ハライの数を図1のように表記する。



図1 文字とその画数・トメ・ハネ・ハライ

## 2. 仮説

### 2.1 現象の分析に対する仮説

I 再び削りたくなる文字の太さは、削りたての鉛筆で書き始めた時、人に依らず0.5mmである。

理由は、一般的なシャープペンシルの芯の太さであり、市販されている0.5mmという値に何らかの根拠があると考えたからである。

II 文字数 $n$ 、文字の太さ $t$ の関係は $t = an^3$ となる。

理由は、筆記した文字の太さに要する芯の量が、芯先の斜円錐の体積に依存するからである。

Ⅲ 文字数 $n$ , 芯の減り $L$ の関係は  $L = L_0 - bn$ となる。理由は文字数が増えるほど芯の消費量が増えるからである。

## 2.2 筆記特性評価に対する仮説

Ⅳ 鉛筆の先端角度は  $23^\circ$  がよい。理由は、市販されている鉛筆削り 10 台を調べた結果、先端角度の中間値が  $23^\circ$  だったため。これは、角度が小さすぎると折れて太くなりやすく、大きすぎると摩擦しやすいためと考えられる。本実験ではこの角度を中間値  $23^\circ$  に設定した。

Ⅴ 鉛筆を持った時の平均的な持ち角度は、 $45^\circ$  がよい。理由は、小さすぎると接地面が極端に広がって文字が太くなりやすく、大きすぎると、接触面が極端に狭くなり、力が一点に集中しやすくなるため急激な摩擦が起こるため、バランスが取れる角度がよい。本実験では、この角度を  $90^\circ$  と  $0^\circ$  の中間値  $45^\circ$  と仮定した。



図2 持ち角度と先端角度

## 3. 器具・材料

- ・鉛筆（トンボ社製，HB）
- ・白紙
- ・平仮名の手本
- ・さしがね
- ・60cm 定規
- ・ノギス
- ・虫眼鏡



図3 トンボ鉛筆

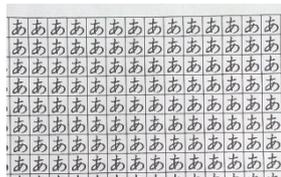


図4 平仮名の手本



図5 さしがね



図6 ノギス

## 4. 実験方法

### 4.1 「鉛筆で書く」現象の分析

#### 4.1.1 実験1 鉛筆を削りたくなる文字の太さ

(1) 目的（仮説Ⅰの検証）

「削りたくなる太さ」の基準を設定するとともに、その基準から人の筆記のクセを把握する。

(2) 実験方法

理数科全員に協力を依頼し、削りたての鉛筆を使い、「あ」を削りたくなる太さになるまで書いてもらった。回収した標本数は43人分であった。

(3) 結果

- ・削りたくなる太さの平均値は0.65mmだった。
- ・その文字数の平均値は159文字だった。

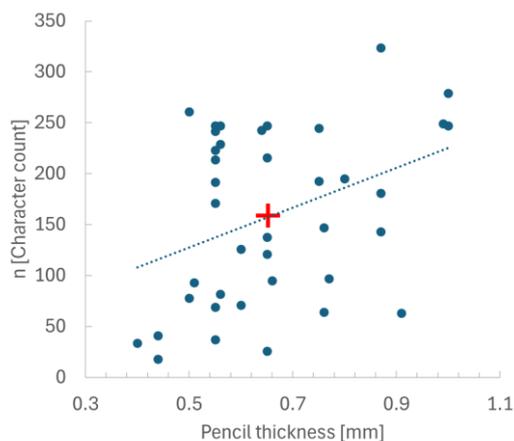


図7 削りたくなる太さ  
+は平均値

(4) 考察

平均値を基準に、人の筆記のクセは次のように4つの類型に分類できると考えられる。

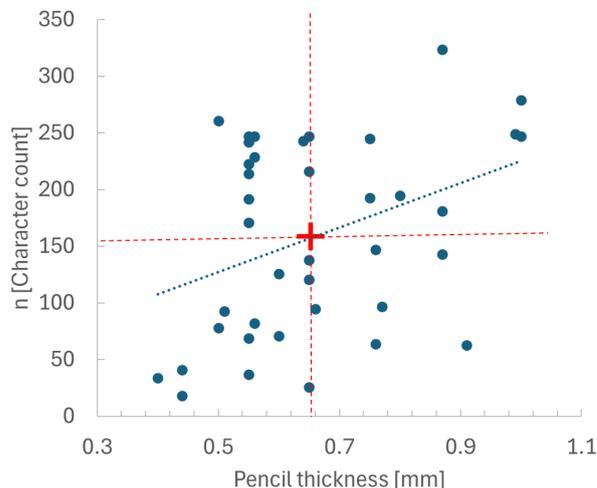


図8 削りたくなる太さ2

第1象限に属する人は、文字の太さが太くなくても文字を書き続けるため、文字が太くなくても気にしない人である。

第2象限に属する人は、文字の太さが細いにも関わらず、159文字以上書くことができるため、細いまたくさん書くことができる人である。

第3象限に属する人は、文字の太さが細くても少しの文字しか書かないため、すぐに鉛筆を交換する人である。

第4象限に属する人は、文字の太さが太く、書く文字数が少ないため、すぐに文字が太くなる人である。

以上から、仮説Ⅰに対する検証を行ったことで、「すぐ文字が太くなる第4象限の人が、たくさんの文字を書くことができる方法」を提案できれば、研究の目的を達成できると考えた。

#### 4.1.2 実験2 文字数と文字の太さの関係

##### (1) 目的 (仮説Ⅱの検証)

文字数の増加に伴う文字の太さの変化の関係を明らかにする。

##### (2) 実験方法

- ① 白紙の下に文字の手本を敷いた。
- ② 「あ行」の平仮名の手本を写した。
- ③ 10文字書く毎に、「11文字目の第一画の始点」の太さをノギスで測定した。
- ④ ③を20回繰り返して、各文字200字書いた。

##### (3) 結果

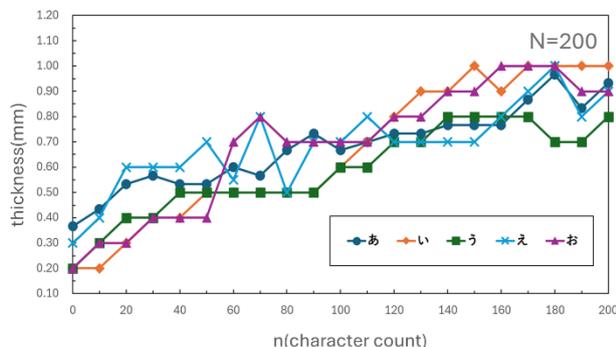


図9 筆記した「あ行」の文字数と太さの関係

図9より、200文字目は

【い→(あ→え→お)→う】の順に太い。

あ、え、お、は200文字目の太さに大きな違いは確認できなかった。

##### (4) 考察

文字によらず、文字数の増加に伴い、太さが単調増加する。仮説Ⅱの三次関数とはならない。

これは芯の体積は三次関数でも表すことができそうだが、文字の太さとの相関が三次関数になるとは限らないと考える。

画数が多い文字ほど200文字目の文字が太くなることは自明だが、唯一ハネを含む「い」が太くなりやすかった。このことから、トメやハライより、ハネが芯を多く摩耗すると考えられる。

表1 あ行の文字 (ハネの数優先, 画数順)

	い	あ	お	う	え
画数	2	3	3	2	2
トメ	1	2	2	1	2
ハネ	1	0	0	0	0
ハライ	0	1	1	1	0

しかし、あ行の文字でハネを含む文字は「い」のみのため、他行の平仮名でも検証すると、太さの変化の傾向をより正確に掴むことができると考える。

#### 4.1.3 実験3 鉛筆の芯の摩耗の法則の解明

##### (1) 目的 (仮説Ⅲの検証)

文字数と10文字毎の芯の減りの関係を調べることで、鉛筆の芯の摩耗の仕方をモデル化する。

##### (2) 実験方法

- ① 白紙の下に文字の手本を敷いた。
- ② あ行の平仮名の手本を写した。
- ③ 10文字書く毎に、鉛筆の長さを測定した。「長さの減り」=「芯の減り」とみなす。
- ④ ③を20回繰り返して、各文字200字書いた。

(3) 結果

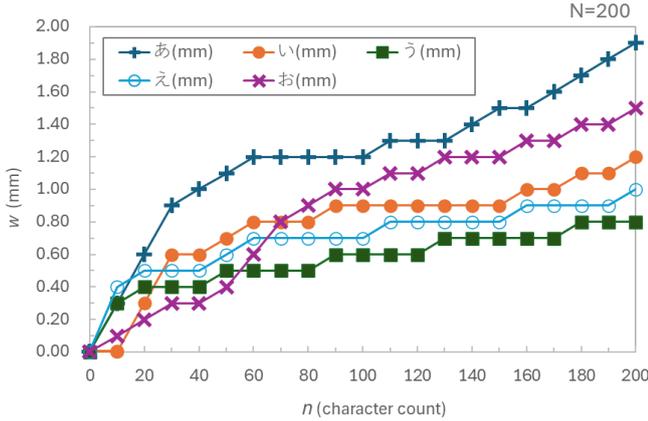


図 10 筆記した文字数と芯の減りの関係

200 文字書いたとき、芯の減りが大きい文字は順に【 あ→お→い→え→う 】だった。

(4) 考察

仮説Ⅲと異なり、文字数と芯の減りの関係は線形にはならなかった。グラフの形状からは無理関数に近似できると考えられる。

また、芯の減りの大きさの順も、画数とハネに依存する傾向があるといえる。(表 2)

表 2 あ行の文字 (画数優先順)

	あ	お	い	え	う
画数	3	3	2	2	2
トメ	2	2	1	2	1
ハネ	0	0	1	0	0
ハライ	1	1	0	0	1

実験 2 同様、他の平仮名や漢字、数字で検証することで、より正確な傾向を見いだせると考える。

このために、実験 2 の考察も踏まえ、鉛筆の芯先が斜円錐 (図 20) であることを利用し、芯先の体積変化から芯の摩耗を法則化することが必要と考える。これにより、取得する筆記データから、芯の摩耗と筆記の現象の関係を定量化できると考える。

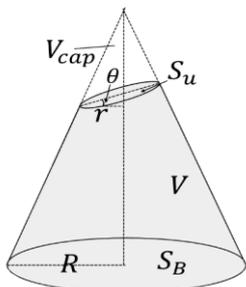


図 11 鉛筆先端の摩耗

4.1.4 実験 4 斜円錐の体積の導出

(1) 目的 (仮説Ⅲの検証 2)

実験 2, 3 を受け、削れた芯の体積  $V_{cap}$  を導出し、芯の摩耗量を定量化できる理論を考察する。

(2) 実験方法

体積  $V_{cap}$  を導出する計算方法を、自分たちで考える。

(3) 結果 (芯先端の体積  $V_{cap}$  の導出)

$$R:r = H:h + \tan \theta$$

$$h = r \left( \frac{H}{R} - \tan \theta \right) \quad \tan \theta = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \theta} - 1}$$

$$H = \sqrt{x^2 - R^2}$$

$$V_{cap} = \frac{1}{3} \pi a b h \cos \theta$$

$$= \frac{1}{3} \pi a b r \left( \frac{H}{R} - \tan \theta \right) \cdot \frac{4a^2 + 4r^2 - (L-l)^2}{8ar}$$

$$= \frac{1}{3} \pi a b r \left( \frac{H}{R} - \sqrt{\left( \frac{8ar}{4a^2 + 4r^2 - (L-l)^2} \right)^2 - 1} \right) \cdot \frac{4a^2 + 4r^2 - (L-l)^2}{8ar}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi H R^2 - V_{cap}$$

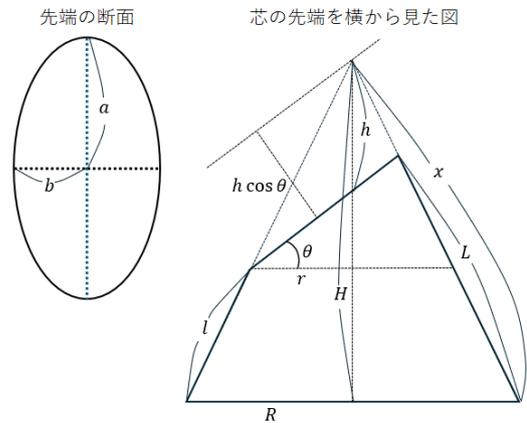


図 12 先端の図及び変数の定義  
(左：先端の断面図)  
(右：先端の横図)

(4) 考察

実験 2, 3 より、鉛筆の減りと文字の太さの関係を図 13 の通り散布図に表した。切片は非常に小さいため 0 とみなすと、文字の太さは文字によらず鉛筆の減りに比例している。 (①)

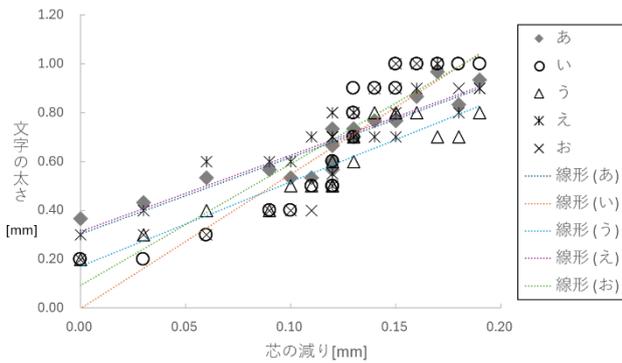


図 13 芯の減りと文字の太さの関係

また、図 12 より鉛筆の減りは $h$ 、文字の太さは $2a$ もしくは $2b$ と近似できる。(2) また、断面は非常に小さいため $a \approx b$ とみなすことにする。

すると、 $V_{cap}$ を求める式は次のように書き改められる。

$$V_{cap} = \frac{1}{3} \pi a^2 h \cos \theta \quad \dots \textcircled{3}$$

下線部①、②より  $2a = kh$  ( $k$ : 比例定数)

$$h = \frac{2a}{k} \quad \dots \textcircled{4}$$

④を③に代入すると

$$V_{cap} = \frac{1}{3} \pi a^2 \cdot \frac{2a}{k} \cdot \cos \theta$$

$$V_{cap} = \frac{2\pi \cos \theta}{3k} a^3$$

$\frac{2\pi \cos \theta}{3k}$  は定数だから、 $m$ と置く

$$V_{cap} = m a^3 \quad \dots \textcircled{5}$$

すなわち、体積は太さ $a$ についての三次関数で、この関数は単調増加を示すことになる。

また、文字数 $n$ と文字の太さ $a$ の関係を一次関数 $a = sn$  ( $s$ : 定数)とみなすと、

$$\textcircled{5} \text{より} \quad V_{cap} = m \cdot (sn)^3$$

$$V_{cap} = m s^3 \cdot n^3$$

よって、削れた芯の体積と文字数は単調増加の三次関数とみなすことができる。

これにより、ここまで取得した筆記データを摩耗した体積で置換し、芯の摩耗の法則性を見いだせると考えられる。

#### 4.1.5 実験5 $\cos \theta$ による $V_{cap}$ の変化

(1) 目的 (仮説Ⅲの検証 2)

図 12 中の $\theta$ によって芯がどのように摩耗するかシミュレーションを行い、摩耗しにくい $\theta$ を見つける。また、 $V_{cap}$ の減少の仕方を明らかにする。

(2) 方法

- ①  $\cos \theta$ を0.1から0.1間隔で0.9まで変える。
- ② 実験 2, 3 から得た $a$ と $h$ 、 $\cos \theta$ を用いて $V_{cap}$ を計算、その変化をグラフにする。

(3) 結果

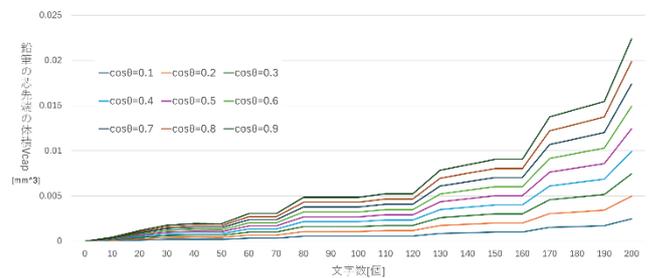


図 14  $\cos \theta$ を変化させたときの文字数と削れた芯の体積の関係

(4) 考察

図 14 より $\cos \theta$ を固定したことで削れた芯の体積に与える影響を考えた。結果、 $\cos \theta$ が小さいほど体積 $V_{cap}$ が増加しにくくなることが分かった。

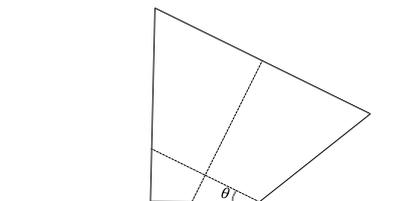


図 15 筆記中の鉛筆先端

$\cos \theta$ が小さくなるということは  $0 < \cos \theta < 1$  において $\theta$ が $90^\circ$ に近いということである。図 15 より、 $\theta$ が大きくなるほど持ち角度が小さくなる。すると、鉛筆と紙の接地面積が小さくなって体積が増加しにくくなっていると考えられる。

削れた芯の体積の変化は、120 文字目から著しい増加を見せている。データより、 $a^2$ が $h$ に比べて大きく、二次関数の特徴を持ったからであると考えられる。

今回はすでにとったデータを使ったが、そもそもこのデータを取った時の $\theta$ は不明であり、固定

された $\cos\theta$ とデータが一致するかわからない。さらに、体積の中に $a$ ,  $h$ ,  $\cos\theta$ と変動する要素が3つ存在するため $\cos\theta$ のみを変動させても体積変化が正確にわかるわけではないと考えられる。単なるシミュレーションでは限界がある。

最終的に、実験2, 3のデータや筆記特性を評価するとき取るデータを、今回作成したグラフに照合することでより正確に体積変化を把握し、実験4で構築した理論を検証したい。

## 4.2 筆記特性の評価

### 4.2.1 実験6 先端角度による文字の太さ

#### (1) 目的 (仮説IVの検証)

先端角度の違いによる文字数と文字の太さの関係の違いを明らかにする。

本実験からは、最終目的である「日々題を解くこと」を念頭に置いた実験と考察を行う。

#### (2) 実験方法

① 鉛筆削り器3つで削った、先端角度が異なる鉛筆を用意する。

(10個の鉛筆削りから先端角度が最も小さいもの、中間のもの、最も大きいものを選んだ。)

② 「あ行」の文字を60文字ずつ書く。

③ 5文字毎に文字の太さと鉛筆の減りを測る。  
(手本で書く10×10mm方眼の文字に対して、日々題の文字の大きさは5×5mm方眼に納まった。芯の摩耗量を考慮し、手本の1文字を日々題における4文字とみなすこととした。手元の数枚の日々題の表面は200文字であったため、50文字以上データを取れば充分と考えた。)

#### (3) 結果

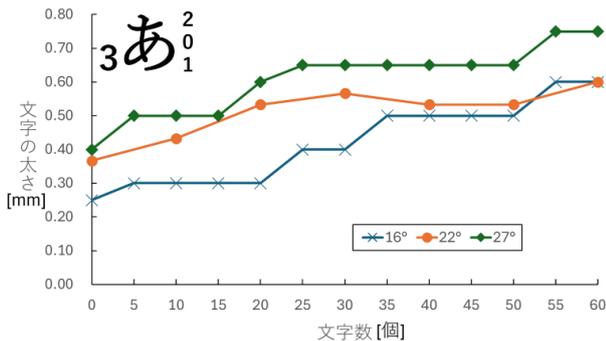


図16 先端角度による文字数と文字の太さの関係(あ)

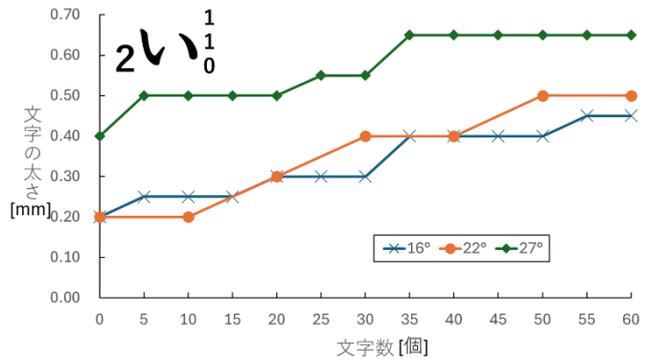


図17 先端角度による文字数と文字の太さの関係(い)

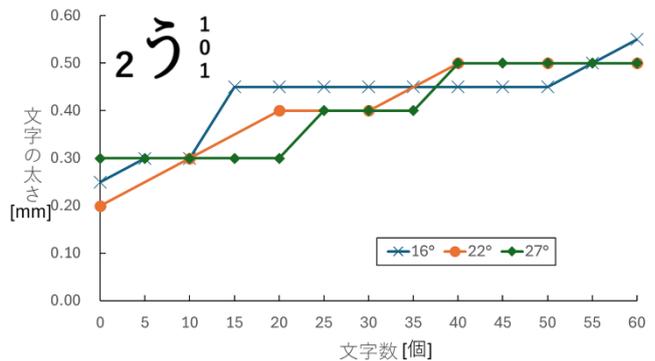


図18 先端角度による文字数と文字の太さの関係(う)

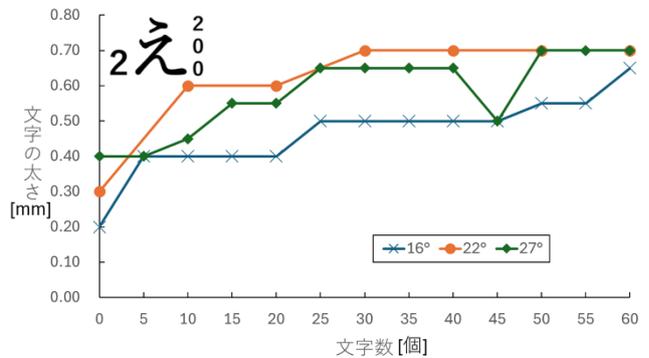


図19 先端角度による文字数と文字の太さの関係(え)

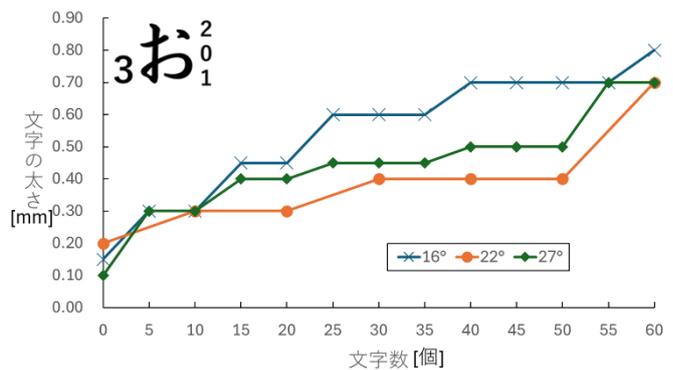


図20 先端角度による文字数と文字の太さの関係(お)

#### (4) 考察

図 14～18 より先端角度が  $16^\circ$  の小さい鉛筆が摩耗しやすい傾向が確認できる。特に「う」「え」「お」では、60 文字の時点で先端角度が違っていても文字の太さの差は  $0.10\text{mm}$  を超えない。

逆に、先端角度が大きい鉛筆は摩耗が緩やかで、多くの文字を書いても太さを維持しやすい。このため、先端角度が小さい鉛筆は、書き初めは細かい文字を書くことができるが、太くなりやすいため、「う」「え」「お」では 60 文字書いた時点で先端角度の大きい鉛筆で筆記する文字の太さに追いつくと考えられる。

さらに文字数を増やして書けば、2 つのグラフの太さの値が逆転し、先端角度が小さいものほど文字が太くなると考えられる。

しかし、「あ」「い」ではその傾向が見られない。理由は、「あ」は他の文字に比べて画数が多く、「い」は唯一ハネを含むことで先端角度の大小に関わらず芯の摩耗量が多くなり、文字の太さが太くなるからであると考えられる。また、この 2 文字は「あ行」の中で点を含まないことから、芯の摩耗量には点も関わっていると考えた。

日々題は 200 文字、すなわち今回の文字の大きさに換算すると 50 文字書くことになるため、まだ細かい文字を書くことができる先端角度が小さい鉛筆を使用することで、「すぐ文字が太くなる第 4 象限の人が、たくさんの文字を書くことができる方法」を提案でき、目標を達成できると考えられる。

また、実際に日々題の文字の大きさと実験することで正確に傾向を把握したい。

## 5. 結論

### 5.1 「鉛筆で書く」現象の分析

#### ■仮説Ⅰについて

削りたくなる太さの平均値は  $0.65\text{mm}$  である。

また、文字を筆記するとき、筆記者のクセは、以下の 4 つの類型に分けられる。

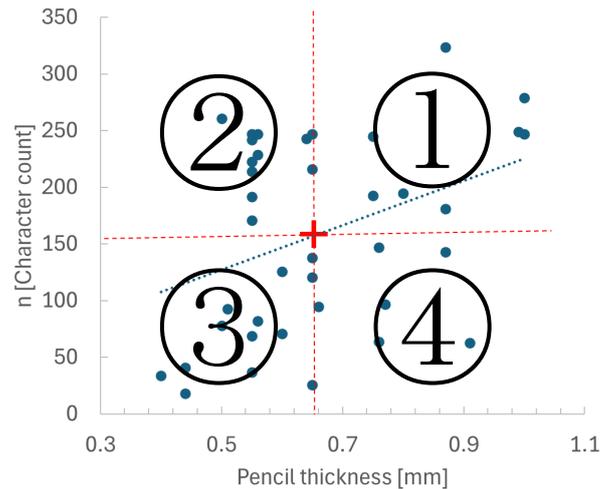


図 21 削りたくなる太さ 3

- ① 文字が太くなくても気にしない人
- ② 細いまま多くの文字を書くことができる人
- ③ すぐに鉛筆を交換する人
- ④ すぐに文字が太くなる人

また、削りたての鉛筆で書き始めた時、再び削りたくなる時の太さは  $0.65\text{mm}$  である。

#### ■仮説Ⅱについて

文字によらず、文字数と文字の太さの関係は、正の相関が見られる。三次関数にはならない。

また、文字の太さは「画数」「ハネ」に依存していると考えられる。画数が多いほど芯を摩耗しやすく、文字が太くなりやすい。ハネのある文字は、文字が太くなりやすい。

#### ■仮説Ⅲについて

文字数  $n$  [個]、芯の長さ  $L$  [mm] とするとグラフは

$$L - L_0 = \sqrt{kn}$$

に近くなる。

また、斜円錐の体積は太さ  $a$  [mm] についての三次関数でこの関数は単調増加を示し、次式から摩耗した芯の体積  $V_{cap}$  を求めることができる。

$$V_{cap} = \frac{1}{3} \pi a^2 h \cos \theta$$

$a$ : 文字の太さの半分 [mm]

$h$ : 芯の減り [mm]

$\theta$ : 論文 P4, 図 21 中の角度 [ $^\circ$ ]

また、文字数 $n$ [個]と太さ $a$ [mm]を一次関数とみなすと、次式のように定数 $E$ とにおいて、斜円錐の体積と文字数の関係は単調増加する三次関数で表すことができる。

$$V_{cap} = En^3$$

前頁の $V_{cap}$ を求める方程式中の  $\cos \theta$  が小さくなるほど芯は摩耗しにくくなる。

また、体積 $V_{cap}$ は、初めは直線的に増加するが、文字をより多く書くにつれて著しく二次関数のように増加する。

## 5.2 筆記特性の評価

### ■仮説IVについて

先端角度が小さい鉛筆ほど、より芯を摩耗しやすい傾向がある。しかし、この傾向は絶対といえず「面数」「ハネ」が摩耗しやすさに影響を及ぼしている。研究目標の「日々題の表面を鉛筆一本で解き切る」に対しては、文字が摩耗する前に問題を解き切ることができるため、先端角度の小さい鉛筆を使用すると良い。

## 6. 展望

### ■芯の先端角度、机面と鉛筆の角度

仮説Vを検証し、細い文字をたくさん書くことができる持ち角度を明らかにする。

### ■トメ・ハネ・ハライ

多様な文字を筆記し、これら三要素の芯の摩耗への影響を明らかにする。

### ■目標の達成

考案した方法で、日々題の表面を文字の太さが0.65mmになるまでに解き切る。

### ■構築したモデルの検証

実験4で構築した削れた体積の変化のモデルを、実験5のシミュレーションや既知のデータ、今後取るデータから検証する。

## 7. 謝辞

指導助言を頂いた物理科・数学科の先生方、実験に協力してくれた令和7年度理数科3年次生の皆さん、芯先端の斜円錐の体積の導出に協力してくれた土屋怜大君、熊谷泰誠君に感謝申し上げます。

## 8. 参考文献

・CASIO. “斜切円錐の体積”. keisan-生活や実務に役立つ計算サイト-. 2024-12-15

<https://keisan.casio.jp/exec/system/1483603681> (参照 2025-4-24)