

柔らかなあずきバーの作成

3605 岩田らな 3536 松永花凜

本研究では、硬いあずきバーを柔らかくする検証を行うことを目的とする。そのために、あずきバーの硬さを数値化する過程で、人間が物を噛む時のものの「硬さ」を測定できる装置の開発を試みた。

「あずきバーの硬さ N は $N = Ft = \frac{1}{2}mv$ と数値化できる」と仮説を立て、噛む動作を再現できる装置を作成、改良しデータを取得した。また、あずきバーの硬さの要因を調べるために砂糖水の濃度と硬さの関係を調べた。取得したデータから、人が物体を噛む時の硬さは $N = Ft = \frac{1}{2}mv$ と表され、あずきバーは $N = 3.3 \times 10^{-3} \text{N} \cdot \text{s}$ であり、さらに硬さ N と質量%濃度の関係は単調増加ではないことが分かった。

【キーワード】 硬さ N , $F-t$ グラフ, 濃度, 水素結合

1. 目的

柔らかなあずきバーを製作するために、物体の硬さを数値化する理論の考察をし、実証する。また、その理論を踏まえて、あずきバーの硬さを決定する因子を特定する。

2. 仮説

I. 噛む動作における対象の硬さを、次の通り定義する。「物体が二つ以上に分裂するまでに加え続けたある力 F の総和」

「ある力 F の総和」 N は $N = Ft = \frac{1}{2}mv$ [$\text{N} \cdot \text{s}$] と表すことができると考える。

<根拠> 項 Ft は硬さの定義より立式できる。

$N = \frac{1}{2}mv$ は、私たちが自作した装置について

$$\begin{aligned} & \text{(自分がクランプにした仕事 } W) \\ & = \text{(クランプが得た運動エネルギー } K) \\ & = \text{(実験対象がされた仕事 } W) \end{aligned}$$

とみなすことで、クランプの可動部の質量 m [kg], クランプを動かした変位 x [m], クランプを動かした時間 t [s] とすると,

$$W = Fx, \quad K = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{より} \quad F = \frac{1}{2} m \frac{x}{t} \cdot \frac{1}{t}$$

上式と $N = Ft$ より, $N = \frac{1}{2}mv$ と求められる。

II. あずきバーの硬さは元の水溶液について、それに含まれる上白糖の濃度に比例する。

<根拠> 上白糖の構造式は以下の通りである。

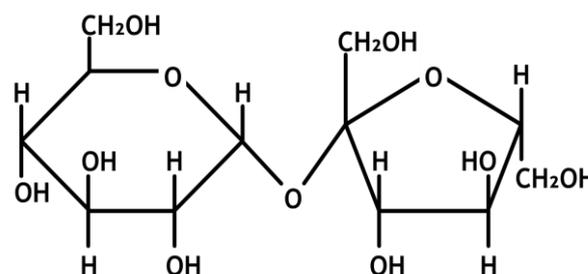


図1 上白糖の構造式

上白糖は有機化合物であり、多くの水素原子とヒドロキシ基を有している。したがって上白糖は水に非常によく溶け、また、溶けた上白糖に含まれる水素原子は水の酸素原子と水素結合をつくる。水溶液、また、その凝固物を一つの物体としてみなすと、その物体内で働く力は分子間力のみである。したがって、分子間力の中でもとりわけ大きな力である水素結合による力の和が大きい、即ち水素結合を多く成すものの方が一つの物体としての塊を保つ力が大きい方が硬いと考えられる。

3. 器具・材料

- | | |
|--------------|--------------------|
| ・ 歯の模型 | ・ 定規 |
| ・ あずきバー | ・ タイマー |
| ・ タブレット | ・ 瞬間接着材 |
| ・ C型クランプ×4 | ・ 力学スタンド×2 |
| ・ 100 mmクランプ | ・ 木板(厚さ 0.05 cm)×6 |
| ・ 上白糖 | ・ シリコン製アイス型 |
| ・ 水道水 | ・ 電子天秤 |

4. 実験

i) m の導出

(1) クランプの体積(ハンドルと可動部)を求めた。

(2) $\rho = \frac{m}{V}$ より, $m = \rho V$ であるので

クランプ(鉄)の密度 $7.9 \text{ [g/cm}^3\text{]}$ と, 求めた体積を式に代入し, m を求めた。

以上より, $m = 0.128 \text{ [kg]}$ とした。詳しくは 5. i) 表 1 を参照。

ii) 装置の組み立て

(1) 木の板二枚と歯の模型上下を, それぞれ瞬間接着剤で接着した。

(2) 力学スタンドに木板 5 枚(上歯を取り付けた板以外)を, C型クランプを用いて固定した(図 2)。

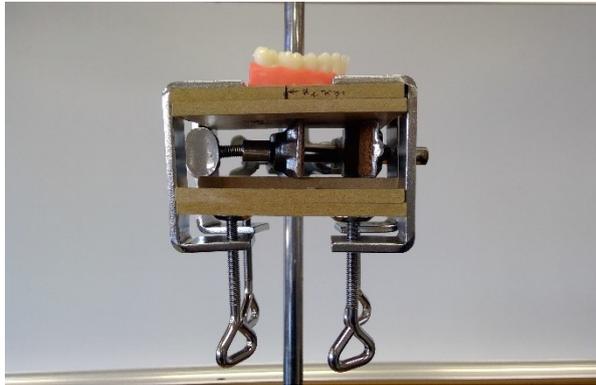


図 2 組み立て方

(3) もう一つの力学スタンドに, クランプを, ハンドル部分が上に来るように固定した。

(4) (2)(3)を, (3)のクランプが板の中央に位置するように近づけた(図 3)。

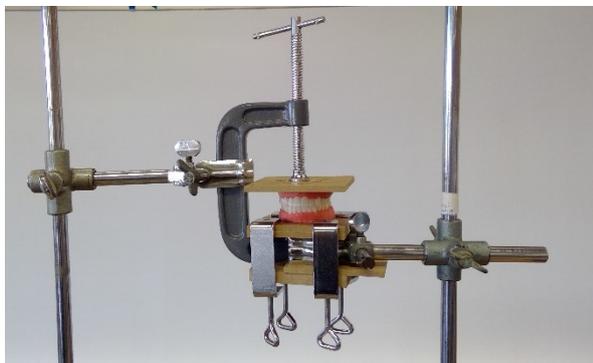


図 3 装置全体図

iii) 仮説 I に対する実験方法

(1) 装置にあずきバーを挟んだ。

(2) あずきバーとクランプの口の間に上歯をつ

けた木板を挟み, 口を木板に触れさせた。

(3) 歯がついた下の板から上の板までの長さを測り, クランプを動かした変位 x を出す際の基準 q ($x = q - q'$) とした。

(4) タブレットを用いて, 実験の様子の撮影を始めた。

(5) 一周 4 秒のペースを保つための目安として, タイマーを用いて時間の測定を始めた。

(6) クランプのハンドルを一周 4 秒のペースで回し続けた。

(7) あずきバーが 2 つに分裂したらクランプを回すのをやめ, 動画を参照して, 割れた瞬間の位置にクランプのハンドルを戻した。

(8) (7)の位置で(3)と同様に長さ q' を測り, 2 つの値の差から変位 x を出した。

(9) 動画からクランプを回し始めてからあずきバーが割れるまでの時間を 3 回測り, その平均 t を求めた。

(10) $N = \frac{1}{2}mv$ に代入し, N の値を求めた。

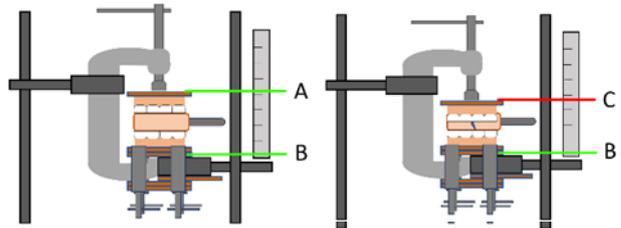


図 4 (2) の状況

図 5 (8) の状況

iv) 仮説 II に対する実験方法

(1) カップを電子天秤の上に置き, 値をゼロにリセットした。

(2) 水道水 100g をカップに量り入れ, そのカップに砂糖をそれぞれ 0g, 25.00g, 33.33g, 50.00g だけ入れ, 溶解させた。

(3) 水溶液をアイスの型に入れ, 凍らせた。

(4) 実験 iii の方法に則り, N の値を出した。

5. 結果

i) 表 1 測定値と計算値

ハンドルの体積[cm^3]	15.6
可動部の体積[cm^3]	3.52
体積と密度の積[g]	128

iii) 表 2 測定値と v , N , F の計算値

	x (cm)	t (s)	v (cm/s)	N (Ns)	F (N)
1	0.35	9.02	0.039	0.0025	0.00028
2	0.52	6.48	0.080	0.0051	0.00079
3	0.52	7.44	0.070	0.0045	0.00060
4	0.8	13.2	0.061	0.0039	0.00029
5	1.03	15.6	0.066	0.0042	0.00027
6	1.25	21.4	0.058	0.0037	0.00017
7	1.49	37.49	0.040	0.0025	0.00007
8	1.07	15.68	0.068	0.0044	0.00028
9	0.75	10.72	0.070	0.0045	0.00042
10	0.6	11.35	0.053	0.0034	0.00030
11	0.74	12.67	0.058	0.0037	0.00030
12	0.88	9.55	0.092	0.0059	0.00062
13	0.22	12.59	0.017	0.0011	0.00009
14	0.42	16.45	0.026	0.0016	0.00010
15	0.49	9.55	0.051	0.0033	0.00034
16	0.12	5.75	0.021	0.0013	0.00023
17	0.49	21.51	0.023	0.0015	0.00007
18	1.25	17.68	0.071	0.0045	0.00026
19	1.36	15.13	0.090	0.0058	0.00038
20	0.2	8.33	0.024	0.0015	0.00018
21	0.31	16.07	0.019	0.0012	0.00008
22	0.61	13.27	0.046	0.0029	0.00022
23	0.14	2.86	0.049	0.0031	0.00110
24	0.82	12.97	0.063	0.0040	0.00031
25	1.11	45.02	0.025	0.0016	0.00004
26	1.34	48.8	0.027	0.0018	0.00004
27	1.35	35.43	0.038	0.0024	0.00007
28	1.24	28.6	0.043	0.0028	0.00010
29	1.23	45.6	0.027	0.0017	0.00004
30	1.36	11.84	0.115	0.0074	0.00062
31	0.52	13.055	0.040	0.0025	0.00020
32	1.14	18.51	0.062	0.0039	0.00021

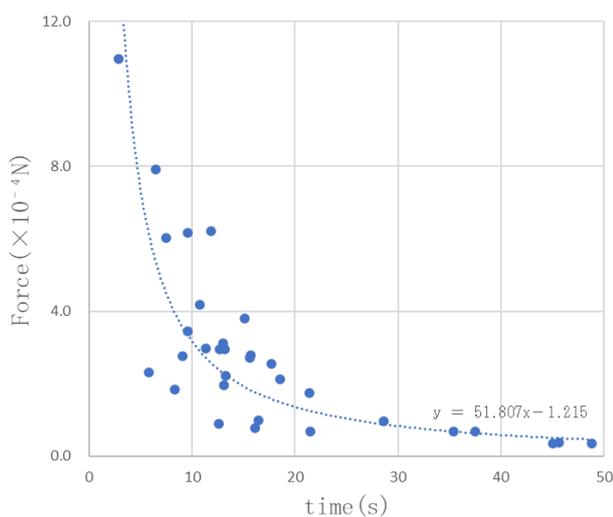


図6 あずきバーについての $F-t$ グラフ

iv)表3 測定値と v , N , F の計算値
 但し、濃度 0%のものは実験装置の破損の可能性が認められたため、実験を中止した。

20%b	0.35	13.14	0.027	0.00170	0.000130
20%b	0.60	17.5625	0.034	0.00219	0.000124
20%c	0.86	18.5025	0.046	0.00297	0.000161
20%d	0.71	15.6075	0.045	0.00291	0.000187
25%a	0.80	14.875	0.054	0.00344	0.000231
25%b	0.88	15.1125	0.058	0.00373	0.000247
25%c	0.66	15.1	0.044	0.00280	0.000185
25%d	1.26	15.56	0.081	0.00518	0.000333

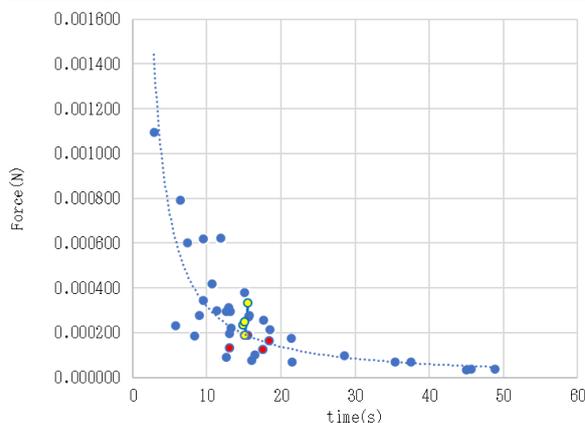


図7 あずきバーと溶液についての $F-t$ グラフ
 但し図中の青の点はあずきバー、赤の点は質量パーセント濃度 20%の溶液、黄の点は質量パーセント濃度 25%の溶液のデータを表す。

6. 考察

図6より、 F [N]と t [s]の関係は、変数の指数部が負の値、即ち分数関数であることが分かる。定数 a を用いて $y = \frac{a}{x}$ で表される分数関数は式を変形すると、 $xy = a$ となることより、 x と y の積は常に一定となることが分かる。このことを $x-y$ 平面に存在する点 $A(s, t)$ について考えると、 x と y の積は $(s, 0)$, $(0, s)$ の2点と原点、点 A で構成される四角形の面積である。…①

$N = Ft$ で硬さが表されるならば、その物体はおおよそ同じ硬さをもつため、 $F-t$ 平面に存在する点 $A'(s', t')$ についても $(s', 0)$, $(0, t')$ と原点と点 A' で構成される四角形の面積は常に一定となるはずである。…②

①, ②より、図3のグラフは $N = Ft$ で表される N の値が一定となるための十分条件が満たされたため、人間が物体を噛む時の硬さ N は

$$N = Ft = \frac{1}{2}mv$$

で表されると言える。

また、 $F-t$ グラフの分布について、2024年5月22日迄の N の平均 N_1 , 同年11月14日迄の N の

平均 N_2 は, $N_1 = 5.09$, $N_2 = 3.37$ である。このことより, 実験の精度が高まり, 実験によって得られる値の正確性が向上し, 求める N が物体のもつ固有の硬さの値 α に近づいていると考えられる。

また, 次に示す表 3 より, 確かに N の平均値の変化量は減少していることがわかる。

表 3 N の平均値と変化量

	データ数	N の平均	N の変化量
5月7日迄	3	4.03	
5月22日迄	6	5.09	1.06
10月10日迄	7	4.73	-0.36
10月16日迄	20	3.8	-0.93
11月7日迄	24	3.41	-0.39
11月14日迄	29	3.37	-0.04

このことから, あずきバーの硬さは $3.37 \times 10^{-3} [\text{N} \cdot \text{s}]$ としてよいと考える。

図 7 より, 質量パーセント濃度が 20% のものと 25% のものを比較したとき, $F-t$ グラフの面積は一見すると 25% のものの方が大きいように思われる。各実験対象のデータを分析すると, 以下のように整理できる。

表 4 N の値についての分析

	あずきバー	20%	25%
平均	0.00337 [Ns]	0.00244 [Ns]	0.00379 [Ns]
分散	2.36839E-06	3.71005E-07	1.01651E-06

これより, 濃度と硬さの関係について, 20% のものの方が 25% のものの方より柔らかいと読み取れる。一方, 実験に際して, 作成した溶液にシュリーレン現象がみられることがあった。このことと, 20% のデータの分散が他の 2 つと比較して大きいことから, 溶液の濃度にややばらつきがあり, 特に 20% のもののデータが正確性に欠けていることが考えられる。したがって, 実験 iv で得たデータは完全に正確性を保持しているとは言い切れないため, データの正確性の向上が今後の課題であるといえる。

また, 質量パーセント濃度 0% のもの, 即ち氷について, これは実験を中止せざるを得ないほど硬かった。このことについて, 結晶を成す各分子の配列について考えると, まず氷の結晶は 1 個の水分子に対して 4 個の水分子が正四面体の頂点方向

から水素結合を成している。そのため氷は隙間の多い結晶構造をとり, その各水分子は規則的に並んでいる。その一方で砂糖水は, 水分子の酸素原子を用いて砂糖と水との間でいくらか水素結合を成しており, 規則正しい水分子の配列が部分的に失われている。

このため, 物体の安定性の観点から考えると, 氷と砂糖水を凍らせたものとは氷の方がより安定であると考えられる。したがって, 濃度が他の溶液よりも小さいにも関わらず氷が非常に硬かったことは, 氷の結晶構造が砂糖水を凍らせたもののそれと比較して安定であるからと考えられる。

7. 結論

人間が物体を噛む時の硬さ N は $N = \frac{1}{2}mv$ として表すことができ, あずきバーの硬さは $3.37 \times 10^{-3} [\text{N} \cdot \text{s}]$ である。

異なる質量パーセント濃度の溶液について, 溶液内の濃度が一定であるデータを集めることで砂糖水の質量パーセント濃度と硬さの相関を調べることができる。

8. 展望

シュリーレン現象のみられない溶液についてのデータを集め, より正確な N の値を得る。

9. 謝辞

助言を頂きました本校物理科佐々木俊哉先生, 並びに実験に用いたあずきバーの消費にご協力いただいた本校生徒, 教員の皆様に感謝申し上げます。

10. 参考文献

2023 新編アクセス総合物理. 物理基礎+物理 PHYSICS 浜島書店編集部. 浜島書店. 2022. 10. 5
サイエンスビュー 新化学資料 新課程対応