

永久機関

3626 鈴木健生 3602 浅野崇斗 3515 小木曾快成

要旨

永久に動き続けるとされる永久機関が、エネルギー問題の解決に役立つと考えて興味を持った。また、それを作ることは不可能であるという話を聞いて、なぜ作ることができないのか疑問に思い、この研究を行った。

3Dプリンターを用いて永久機関の装置を作り、永久機関が動き続けられない原因を調べた。実際に装置を用いて実験を行い、途中で止まることを確認した。また、計算によっても途中で止まってしまうことを証明した。

1 目的

永久機関がなぜ成り立たないのかを調べる。

2 仮説

装置が $\pi/4$ 回転するまでのあるタイミングで錘による力のモーメントが釣り合う瞬間があるため、装置が停止する。

3 使用した器具

- ① 3Dプリンターを用いて制作した正八角形の実験装置（写真3）
- ② 鉄球（8.4g）
- ③ 金属棒（装置の軸）
- ④ ベアリング
- ⑤ ネオジウム磁石（磁束密度 475mT、面積 0.785×10^{-4}

実験装置は過去3度製作し、改善を繰り返して現在の実験装置の形になった。

〈実験装置①〉

最初の実験装置は、主要な材料として木材を用いた。この実験装置は、のこぎりで木材を切断し接合したため、装置の形が一様にならなかった。さらに、装置自体の質量に偏りがあったため、装置の挙動を正確に観測することが出来ず、力のモーメントの理論値を算出することができなかった。また、装置の中心と軸との間の摩擦の影響が大きく、装置の挙動が正確に観測できなかった。



写真1 木製（幅 32.2 cm）
〈実験装置②〉

実験装置①の問題点を踏まえ、木材ではなく3Dプリンターを用いて装置を製作した。その結果、装置の質量の偏りは十分改善されたが、3Dプリンターの大きさの都合上、装置の大きさが小さくなり、錘が回転するための十分な空間が無く、結果的に錘による力のモーメントは装置をほとんど回転させなかった。

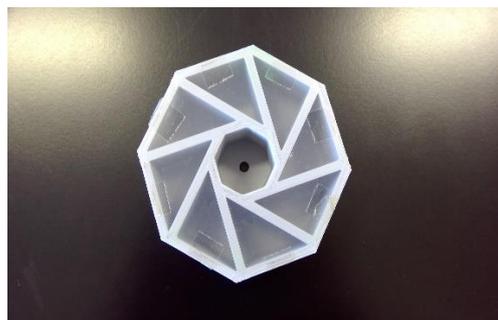


写真2 3Dプリンターで作製（幅 12.1 cm）

〈実験装置③〉

2つの実験装置での改善点を考慮し、装置を八等分し、一つ一つのパーツを3Dプリンターで印刷し、それらを接合して装置を製作した。また、摩擦を軽減するため、中心にベアリング

を装着した。この装置の形は一様であり十分大きさもあったため、正確に実験を行うことができた。

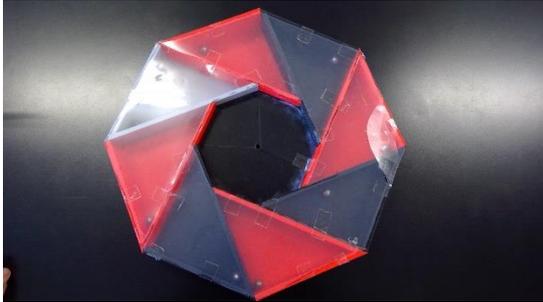


写真3 3Dプリンターで作製（幅 36.5 cm）

各実験装置の大きさは以下の写真のようになる。

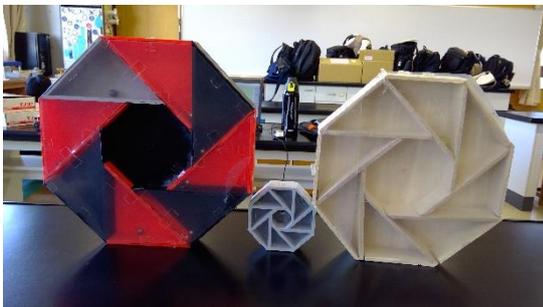


写真4 3つの装置の比較

4 実験の手順

【実験概要】

本実験は合わせて3種類の実験に分けて行った。

実験装置の挙動から力のモーメントの理論値を算出し、装置が永久に動作しない理由、及び永久に動作させるための条件を導出するため行った。

【実験①】実験①は実験装置の八つの空間に鉄球を入れ、装置を回転させ装置の挙動、及び装置が完全に停止する位置を観察した。その後、装置の位置を3パターンに分けて、それぞれの位置についての力のモーメントの理論値を算出した。

【実験②】実験①の結果を受けて装置をあと $\pi/8$ 回転させるのに必要な外力を磁石を用いて考察した。

【実験③】装置が回転する瞬間の角加速度から装置が永久に動作する条件を考察するため慣性モーメントを計算し力のモーメントと角加速度との関係から角加速度を算出しようと試みた。

(①②③いずれも計算過程は最後に記載する。)

5 結果

表1 実験①の結果

回転の位置	モーメント[N・m]
0回転	$(2+\sqrt{2})\cos\pi/8mgr$
$\pi/8$ 回転	0
$\pi/4$ 回転	$-(\sin\pi/8+3\cos\pi/8)mgr$

表が示すように、0回転のときと $\pi/4$ 回転のときでは、力のモーメントの和の絶対値は等しくなり、それぞれ右向き、左向きに作用した。また、 $\pi/8$ 回転した位置では力のモーメントの和は0となった。

(実験②) 装置に鉄球を入れた場合と入れていない場合に分けて、装置に磁石を接近させたとき措置が回転し始めた時の磁石と装置との距離を測定した。結果は表のようになった。

表2 実験②の結果(上鉄球あり、下鉄球なし)

3.3	1.8	3.9	2.2	3.2	2.5	2.6	1.5	3.2	4.0
3.5	3.5	5.0	5.0	5.0	3.5	4.9	5.0	4.9	5.0

(単位: cm)

表の結果よりそれぞれの平均値 x 、 y を計算した。 $x=2.8\text{cm}$ $y=4.5\text{cm}$

【実験③】慣性モーメントと角加速度および力のモーメントとの間の関係式から装置が回転し続けるための条件を調べようとしたが、計算が複雑であったため計算できなかった。

6 考察

結果より、装置が $\pi/8$ 回転した位置で力のモーメントの和が0になったため、装置は $\pi/8$ 回転した位置で完全に停止することが分かった。

装置が永久に動作するための条件は、装置が0回転の位置から、錘による力のモーメントによって $\pi/4$ 回転し、その位置から再度、錘による

力のモーメントによって $\pi/4$ 回転を繰り返し、再び0回転の位置に戻る。つまり、回り続けるために必要なのは、錘による力のモーメントが装置を $\pi/4$ 回転させる事であるのに対し、実際の錘による力のモーメントは、装置を $\pi/8$ 回転させるだけである事が実験より明らかになったため、装置を永久に動作させるためには、少なくとも装置をあと $\pi/8$ 回転させるだけの外力を加えることが必要であると考えられる。また、実験②の結果を踏まえて考察すると磁力の大きさは磁石間の距離の2乗に反比例するので鉄球なしの方が装置を回転させるのに必要な外力が小さいと考えられる。

7 今後の展望

今回計算できなかった慣性モーメントの観点から装置の挙動を詳しく分析する。

8 謝辞

本研究を行うにあたり、ご指導下さった原田先生をはじめとする先生方に心より感謝申し上げます。

(計算過程、力のモーメント)

(i) 0 回転のとき

小球は模型内の三角形のスペースの頂点の位置にあるとし、重力の作用線を図 1 のように設定する。回転の軸を通り作用線と平行な直線を引き、それぞれの作用線との距離を x 、 y 、 z とすると、重力による力のモーメントは

$$mg(2x+2z-y-3z)=mg(2x-y-z) \quad \dots \textcircled{1}$$

内側の八角形に外接する円の半径を r とし、 x 、 y 、 z を r を用いて表す。

ここで、内側の八角形の一辺の両端の 2 点と回転の軸の 1 点で構成された二等辺三角形 OAB に注目する。(図 2) 頂点から対辺に垂線を下ろし、辺 AB の中点を M とすると、頂角は 45° であるから $\angle AOM=22.5^\circ$ である。 $AO=r$ なので、

$$y=AM=r\sin 22.5^\circ \quad \dots \textcircled{2}$$

$$z=OM=r\cos 22.5^\circ \quad \dots \textcircled{3}$$

次に、 x の大きさについて考える。

外側の大きな八角形に外接する円の半径を R とすると、先程 z を求めた時と同様に、

$$x=R\cos 22.5^\circ \quad \dots \textcircled{4} \quad \text{と表せるので、}$$

R と r の関係について考える。

外側の八角形の一辺の両端の 2 点と回転の軸の 1 点で構成された二等辺三角形 OCD に注目する(図 3)。この三角形は内側に二等辺三角形 OAB を含んでいる。よって、 $AC=R-r$ である。

$$\angle COD=\angle CDA=45^\circ$$

$$\angle OCD=\angle DCA=67.5^\circ \quad \text{なので、}$$

$\triangle OCD \sim \triangle DCA$ であり、 $CD=2R\sin 22.5^\circ$ から辺の比を考えて、 $OC : CD = DC : CA$

$$\Leftrightarrow R : 2R\sin 22.5^\circ = 2R\sin 22.5^\circ : (R-r)$$

$$\text{よって、} r=R(1-4\sin^2 22.5^\circ)=(\sqrt{2}-1)R$$

$$\text{つまり、} R=(\sqrt{2}+1)r \quad \dots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{1}、\textcircled{5} \text{より、} x=(\sqrt{2}+1)r\cos 22.5^\circ \quad \dots \textcircled{6}$$

$\textcircled{1}、\textcircled{2}、\textcircled{3}、\textcircled{6}$ より、求める力のモーメントは

$$\begin{aligned} mg(2x-y-z) &= mgr \{ (2\sqrt{2}+2)\cos 22.5^\circ \\ &\quad -\sin 22.5^\circ -\cos 22.5^\circ \} \\ &= \underline{\underline{(2+\sqrt{2})\cos 22.5^\circ mgr}} \end{aligned}$$

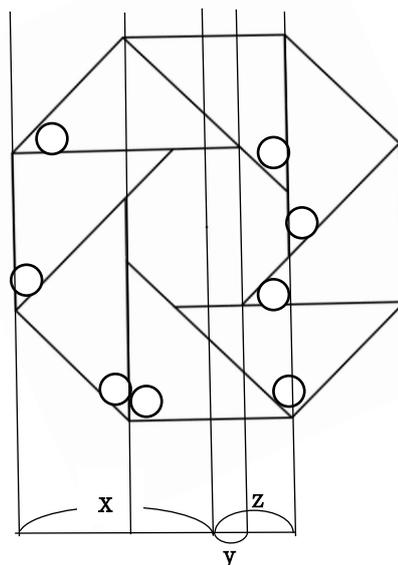


図 1

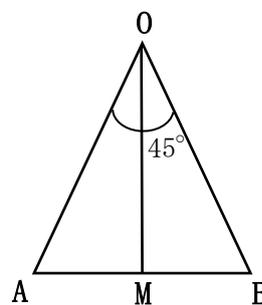


図 2

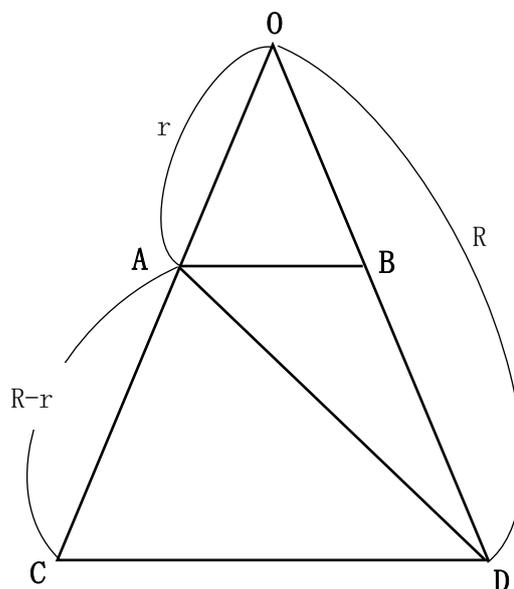


図 3

(ii) $\pi/8$ 回転のとき

(i)と同様に模型の位置と重力の作用線を考え、図4のように作用線を設定すると、それぞれの距離 a、b、c、d を用いて、重力による力のモーメントは

$$mg(a+b-2c-d-a) = mg(b-2c-d) \quad \dots \textcircled{7}$$

(i)の証明と同様に、b、c、d を r を用いて表すと、明らかに $b=R \quad \dots \textcircled{8}$ 、 $d=r \quad \dots \textcircled{9}$

また、図2の三角形を横向きにしたものが図5である。 $\angle BOA=45^\circ$ より、 $c=1/\sqrt{2} r \quad \dots \textcircled{10}$

⑤、⑦、⑧、⑨、⑩より、求める力のモーメントは

$$mgr\{(\sqrt{2}+1)-2\cdot(1/\sqrt{2})-1\} = 0$$

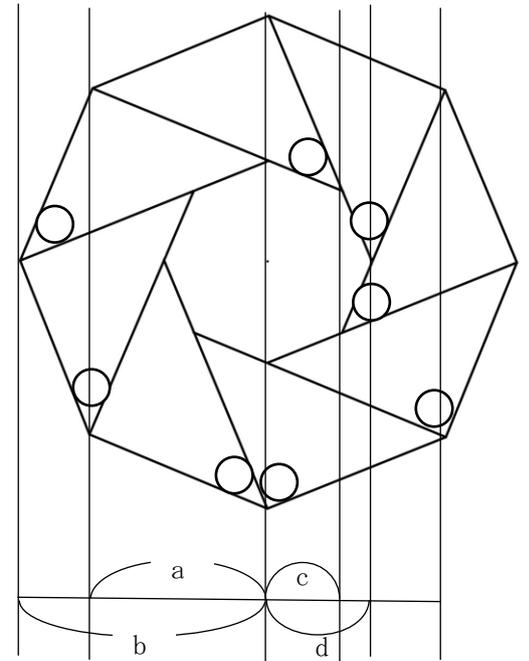


図4

(iii) $\pi/4$ 回転のとき

(i)と同様の作用線を引く(図6)と、重力による力のモーメントは

$$mg(x+z-y-4z-x) = -mgr(y+3z) \\ = -mgr(\sin 22.5^\circ + 3\cos 22.5^\circ)$$

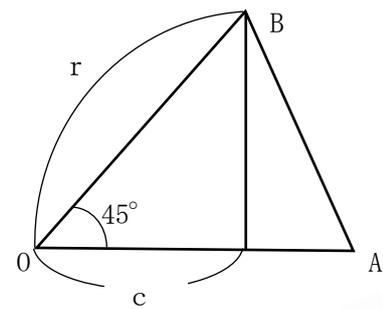


図5

ここで、(i)と(iii)の結果を比べると、

$$\sin 22.5^\circ + 3\cos 22.5^\circ \\ = \sin 22.5^\circ + \cos 22.5^\circ + 2\cos 22.5^\circ \\ \text{cos 合成をして、} \\ = \sqrt{2}\cos 22.5^\circ + 2\cos 22.5^\circ \\ = (2+\sqrt{2})\cos 22.5^\circ$$

よって、(i)と(iii)の値の絶対値は等しい。

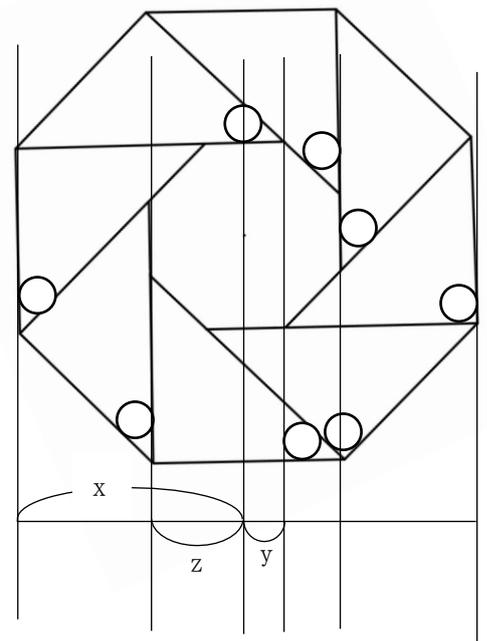


図6

(計算過程、磁力)

本実験は右図のように装置にネオジム磁石を取り付け外からもう一つネオジム磁石を近づけて行った。

磁力 F は $F = k \frac{mM}{r^2}$ と表される。

($k = \frac{1}{4\pi\mu}$, μ : 透磁率, m, M : 磁石の磁気量,

r : 磁石間の距離)

これをもとに鉄球を入れたときと入れていないときそれぞれの場合について2つの磁石の間にはたらく磁力を計算し装置を $\pi/8$ 回転させるのに必要な外力を算出する。

(i) $r=2.8\text{cm}$ のとき

$$k = 6.33 \times 10^4 \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{Wb}^2$$

この実験における磁気量は、

$$m = M = 3.73 \times 10^{-5} \text{Wb}$$

$$F = 6.33 \times 10^4 \times \frac{(3.73 \times 10^{-5})^2}{(2.80 \times 10^{-2})^2} = 11.2 \times 10^{-2} \text{N}$$

(ii) $r=4.5\text{cm}$ のとき

(i)と同様にして

$$F = 4.35 \times 10^{-2} \text{N}$$

(i) (ii)より鉄球を入れていないときのほうが入れたときよりも必要な外力が小さいことが示された。

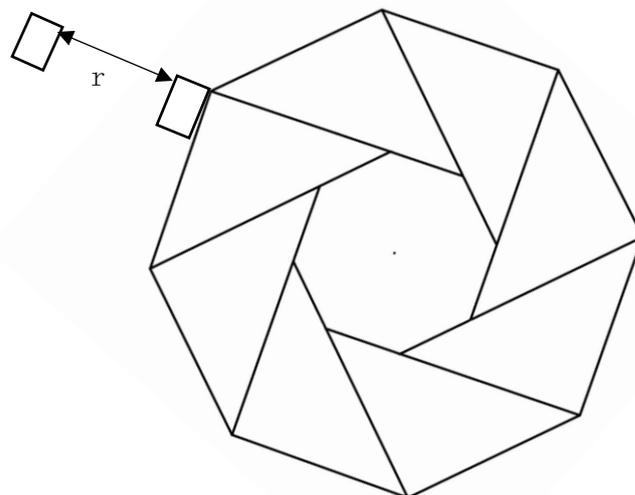


図 7