

# 水はねの最高到達点の高さの法則

3610 大河内巖 3503 石原敦史 3522 長屋憧 3636 古田龍渉

## 要旨

本研究の目的は、水はねの最高到達点の高さの法則を実験式として導き、日常に起こる水はねによる不快感を軽減することである。物体を落とす高さ $H$ と水はねの高さ $h$ は線型の相関があるという仮説を立て、研究を行った。100cmまでの高さから物体を水槽に落とし、生じた水はねの高さを測定した。その結果、落とす高さ $H$ と水はねの高さ $h$ には正の相関があるがその関係は線型とは言い難く、水面の状態や衝突の条件によって水のはね方に違いが生じることが分かった。

## 1. 目的

物体を落とす高さ $H$ と水はねの高さ $h$ の数学的な法則性や相関性を見つけ、実験式を導く。

トイレなどで臀部に水がはねることを不快に感じたため、快適に用をたすことができるようにする。

## 2. 仮説

- I 物体を落とす高さ $H$ を高くするほど水はねの高さ $h$ は高くなる。
- II  $H$ と $h$ には線形の相関がある。

## 3. 実験 1 水はねの高さの法則

### 3-1. 器具

- ・ 金属球：直径 1.1cm, 質量 8.4g, 鉄製
- ・ 水槽：半径 11.9cm, 高さ 11.4cm
- ・ 定規：鉄製：100cm×1, 60 cm×1  
アルミ製：15cm×1
- ・ 棒磁石×2
- ・ 力学スタンド×5
- ・ カメラ（スマートフォン）×2



図1 実験の様子

### 3-2. 方法

- ① 水をためた水槽に高さ $H$ から物体を落とした。 $H=20\text{cm}\sim 60\text{cm}$ を5回ずつ試行した。
- ② はねた水滴をカメラで撮影し、はねた高さ $h$ を測定した。
- ③ 鉄球のリリースには磁石を用い、間に磁化しないアルミ製の定規を挟むことで、磁石を離すことで鉄球が落下するようにした。

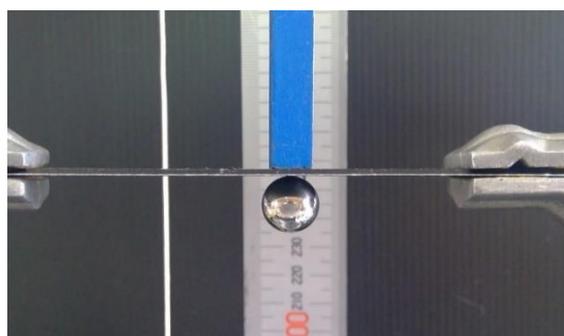


図2 磁石によるリリース

### 3-3. 結果

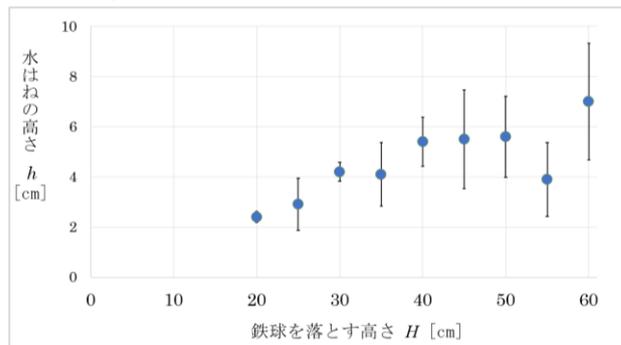


図3 鉄球を落とす高さ $H$ と水はねの高さ $h$ の関係

仮説通り、落とす高さ $H$ を高くすると、水はねの高さ $h$ が高くなった。

しかし、同じ高さから落とした場合でも、水はねの高さの値には大きなばらつきがあり、落とす高さ $H$ が高くなるほどこのばらつきは大きくなった（図4）。

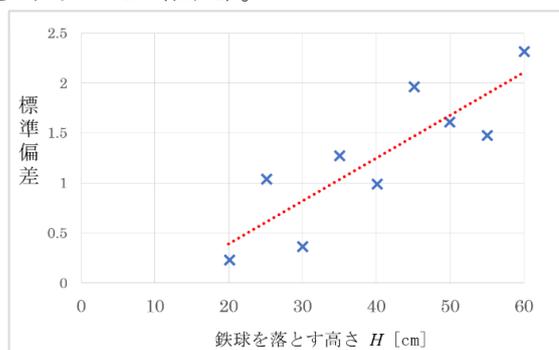


図4 鉄球を落とす高さ $H$ と標準偏差の関係

また、 $n$  次関数や対数関数など、法則性の候補となる関数が複数存在した (図 5, 6, 7)。

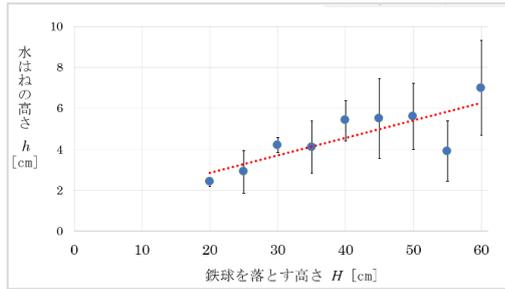


図 5  $y = 0.086x + 1.14$  (線形)

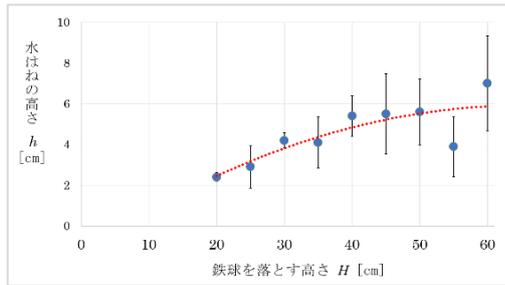


図 6  $y = -0.0017x^2 + 0.22x - 1.27$  (2 次関数)

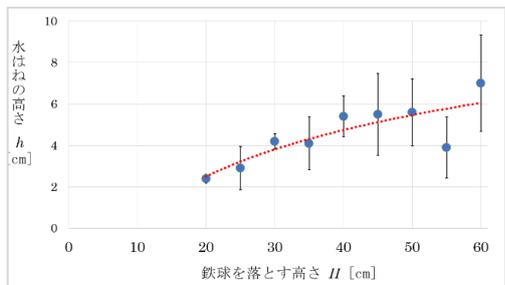


図 7  $y = 3.2 \ln(x) - 7.2$  (対数関数)

### 3-4. 考察

- ① 落とす高さ  $H$  と水はねの高さ  $h$  には正の相関があり、仮説 I は概ね検証された。これは、落とす高さとともに物体の着水時の速さが大きくなり、水面に与えるエネルギーが大きくなるからと考えられる。
- ② 法則には複数の候補があり、仮説 II は検証できなかった。測定範囲が狭く、十分なデータが得られなかったためである。
- ③ ばらつきが大きくなった理由は、鉄球のリリース時にわずかに初速度が与えられてしまうこと、空気抵抗、風の影響が考えられた。

### 3-5. 空気抵抗の影響に関する実験と考察

3-4. の考察を受け、各高さ  $H$  から鉄球を落とした際の着水時の速さを測定し、理論値と比較した。

その結果、測定値と理論値の差はいずれも 5% 以内に収まった (図 8)。この結果より、本実験の方法では、空気抵抗はデータのばらつきに影響を与えないと考えた。

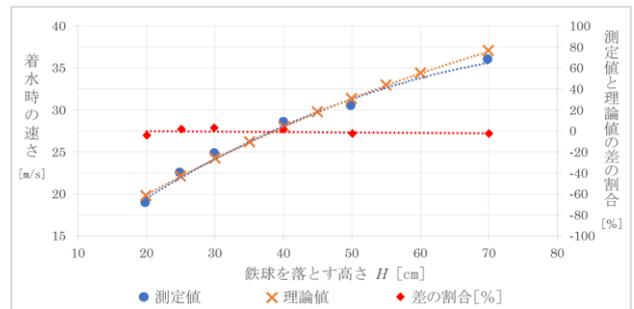


図 8 落とす高さ  $H$  と着水時の速さ

## 4. 実験 2 鉄球のリリース方法の改良

### 4-1. 目的

鉄球の初速度を限りなく 0 とする。

### 4-2. 方法

シリンジを利用したリリース方法に改良し、風よけを設置して実験 1 の対照実験を行った。

### 4-3. 結果

改良前と改良後でグラフを描いて比較してみたところ、以下の様になった (図 9)。データのばらつきが減り、仮説 II の通り、線形に並んだ。

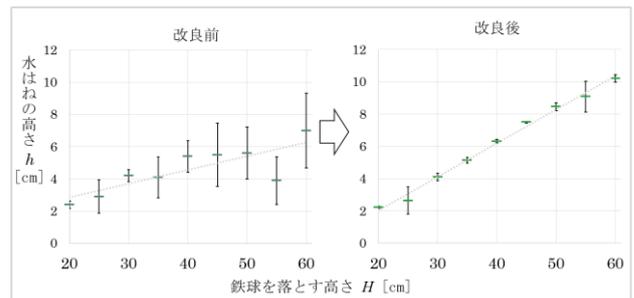


図 9 改良後の結果

改良後の標準偏差の値は、改善前より小さくほぼ一定となり、特に高い高さから落とした際のデータのばらつきを抑制できた (図 10)。

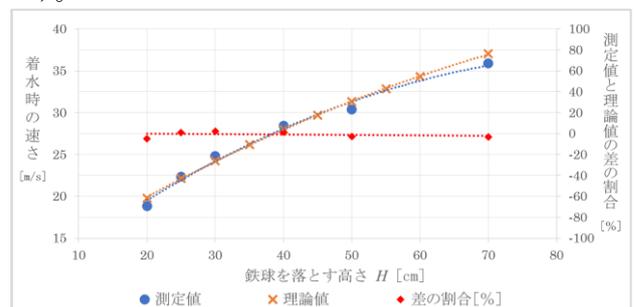


図 10 改良後の標準偏差

## 5. 実験 3 水はねの高さの法則 2

### 5-1. 目的

測定範囲を広げ、法則性を確認する。

### 5-2. 器具

実験 1 と同じ。磁石をシリンジに変更。

### 5-3. 方法

落とす高さ  $H=0\text{cm}\sim 100\text{cm}$  とし、再度、水はねの高さ  $h$  を測定した。

### 5-4. 結果

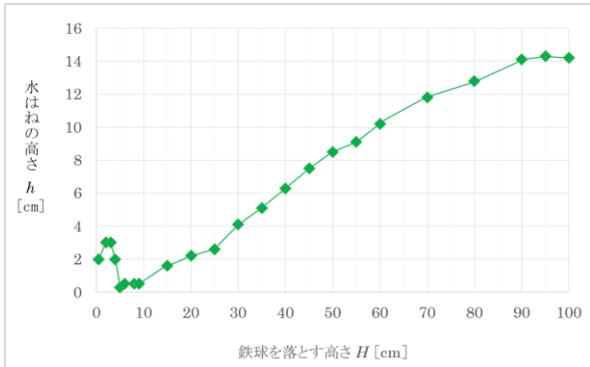


図 11 結果

### 5-5. 考察

$H=90\text{cm}$  以上では変化が頭打ちとなっている。さらに 3 つの区間について、 $H=5\text{cm}$  までの区間は 2 次関数 (図 12)、 $H=25\text{cm}$  までの区間では線形 (図 13)、 $H=25\text{cm}$  以降の区間では 2 次関数に近似できた (図 14)。

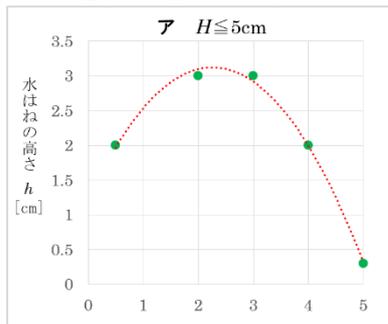


図 12 2 次関数

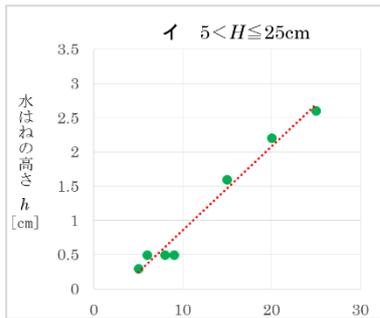


図 13 線形

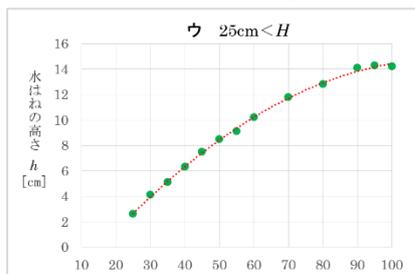


図 14 2 次関数②

落とす高さ  $H$  と水はねの高さ  $h$  にはおおむね正の相関があるが、統一的な法則では表すこと

ができない。これは、恐らく水面の物理的性質によると考えられる。

水面を表面張力による膜とすると、復元力は線形のはずである。しかし、着水時の速さに応じて水面の復元力が変化し、やがて膜が破れて頭打ちになるとも考えられる (図 15)。

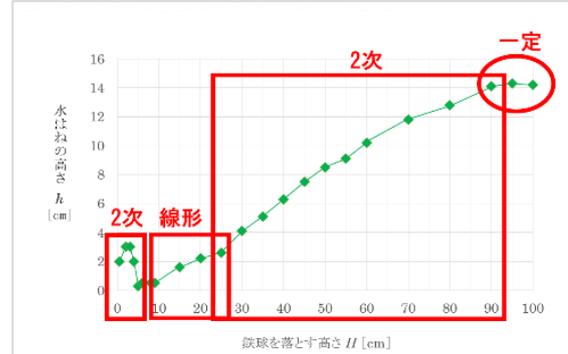


図 15 実験 3 の考察

## 6. 実験 4 水面と水はねの挙動の観察

### 6-1. 目的

水面および水はねの挙動を観察し、実験 3 の結果を説明できるモデルを考える。

### 6-2. 器具

実験 3 と同様。

### 6-3. 方法

実験① 水面の撮影と分析

高さ  $H=3, 5, 20, 45, 60\text{cm}$  から鉄球を落とし、水がはねた瞬間の水面を撮影した。

実験② シャボン膜 (表面張力) の観察

水槽の上部にシャボン液で膜を張り、球を落下させた瞬間のシャボン膜の動きを観察した。シャボン膜が割れるのを防ぐため、水槽には水をためなかった。

### 6-4. 実験 4 の① 結果

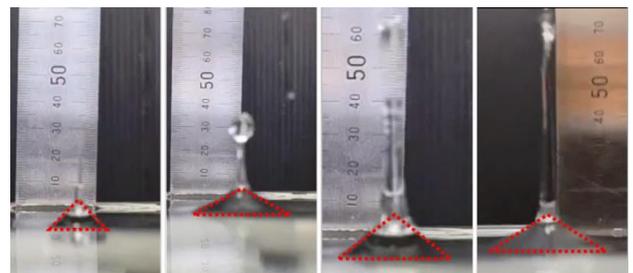


図 16 水面の様子左から  $H=3\text{cm}, 20\text{cm}, 45\text{cm}, 60\text{cm}$

はねた瞬間の水面はどれも水はねが同じような三角形を形成した。しかし  $H=5\text{cm}$  から落とした際には三角形は形成されず、一度  $H=3\text{cm}$  と同様な形を成してから丸みをもった山型を形成した (図 17)。



図 17 水面の様子:  $H=5\text{cm}$

### 6-5. 実験4の① 考察

水はねが同じ形を形成したことから、落とす高さに関わらず、水柱の形成の仕方は同じであると考えた。

$H=5\text{cm}$  から鉄球を落とした際は、別の「要因」で水はねの形が変化し、水はねの高さが最も低くなったと考えられる。この「要因」については、6-8. で述べる。

### 6-6. 実験4の② 結果

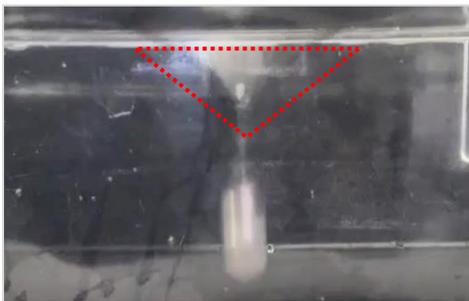


図18 シャボン膜の様子  
落ちた瞬間シャボン膜はへこんだ。

### 6-7. 実験4の② 考察

シャボン膜の動きは鉄球が着水した瞬間の水面の動きと同じであり、球は着水時も水を押し広げている。

### 6-8. 水はねのモデル化 (実験4の総括)

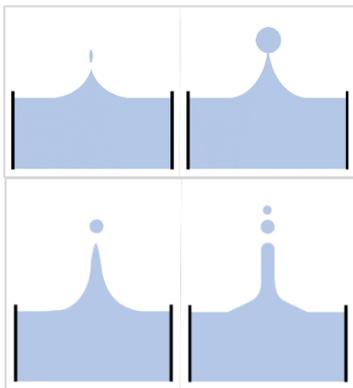


図19 水はねのモデル  
 $H =$  上段左:3cm, 上段右:20cm 下段左:45cm, 下段右:60cm

水面近くでは似た形を形成しているが、水滴が発生する過程でそれぞれ別々の形を形成していることが分かった。また  $H=5\text{cm}$  では、一度  $H=3\text{cm}$  と同様な水面を形成した後、山型となっていることが分かった(図20)。

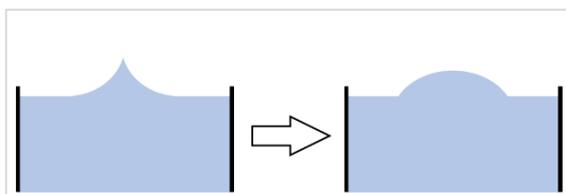


図20 水はねのモデル ( $H=5\text{cm}$ )

ここで、水はねの動き方について、アムステルダム大学の Cees J. M. van Rijn らによる研究では、「水面から飛び出した水柱は強い表面張力によって水に引き戻される。また、その引き戻される速さが速い場合は先端がちぎれ、水滴の球となる。」と示されている<sup>7)</sup>。

このことから 6-5. の考察における「要因」は、「変形した水面や形成された水柱が水中に引き戻される速さ」であり、 $H=5\text{cm}$  から落とした場合、その速さが遅いために先端がちぎれず、水はねが生じないと考えられる。

つまり、水はねの高さは水柱が引き戻される際の条件によって違いが生まれると考えられ、これを大きく制御しているのが表面張力だと考えた。この仕組みで、 $H=5\text{cm}$  以下で水はねの高さの変化が2次関数に近似できる理由が説明できるのではないかと考える。

## 7. 実験5 水深と水はねの高さ

### 7-1. 目的

水深と水はねの高さの関係を調べ、水深が水はねの高さを制御する要因となるかを探る。

### 7-2. 器具

実験3と同様。

### 7-3. 方法

水深を制御して実験3の対照実験を行った。

- ① 2.85cm (実験3の水深の1/4)
- ② 5.7cm (実験3の水深の1/2)
- ③ 8.55cm (実験3の水深の3/4)

### 7-4. 実験5の① 結果

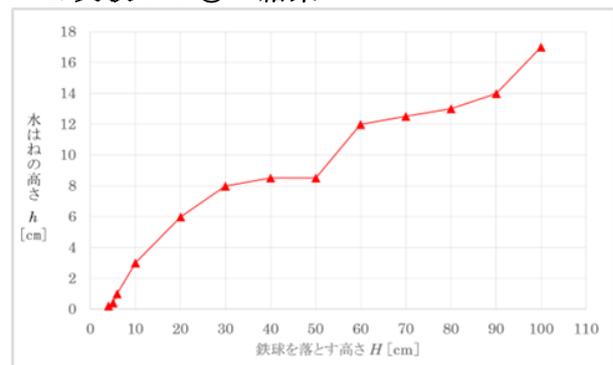


図21 水深を実験3の1/4とした場合

### 7-5. 実験5の① 考察

実験3の結果と似た形をした区間が見られた(図22)。特に以下の2点が、実験3の結果と同じであった。

- $H=90\text{cm}$  以降、水はねの高さ  $h$  が頭打ちになった。
- $H=10\text{cm}$  付近からの落下であると、水はねの高さが最も低くなる。

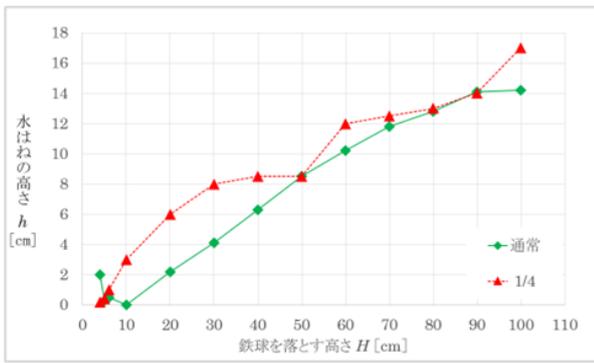


図 22 実験 3 との比較 (水深 1/4)

この実験では水深が浅かったことで、鉄球が着水後も大きく減速しなかったため、水槽の底に着いたときに鉄球自体がはねてしまった(図 23)。それが各高さで結果にばらつきが出た原因だと考えた。



図 23 鉄球がはねている様子

### 7-6. 実験 5 の② 結果

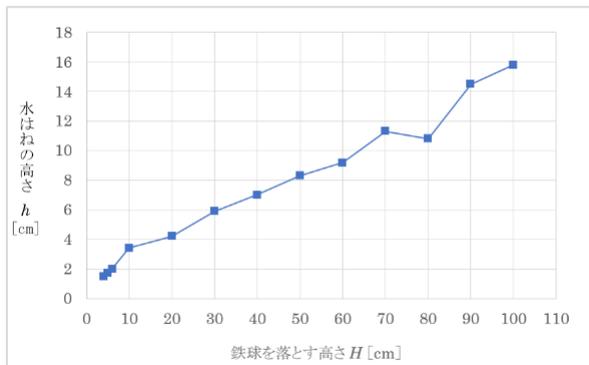


図 24 水深を実験 3 の 1/2 とした場合

### 7-7. 実験 5 の② 考察

実験 3 の結果と比べ、より線形的であった(図 25)。しかし、 $h$  が頭打ちになったり  $h$  が 0 に近くなったりすることはなかった。

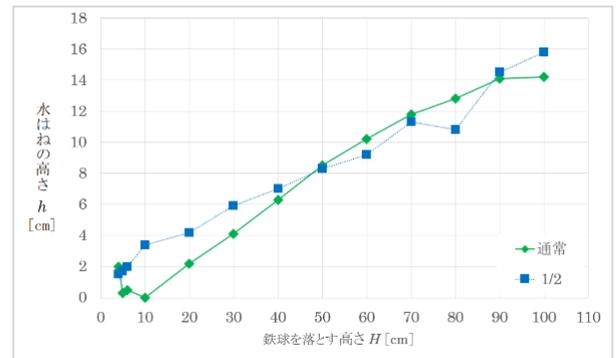


図 25 実験 3 との比較 (水深 1/2)

実験 3 のグラフと同様、全体的に増加傾向にあることから、 $H=4\text{cm}$  以下で 2 次関数に近似できたり、 $H=100\text{cm}$  以降で頭打ちになったりする可能性も考えられる。

### 7-8. 実験 5 の③ 結果

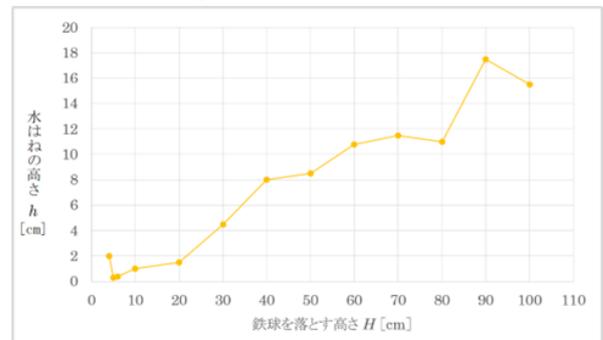


図 26 水深を実験 3 の 3/4 とした場合

### 7-9. 実験 5 の③ 考察

実験 3 の結果と比べて大きく違った結果となった(図 27)。しかし、 $H=4\text{cm}$ 、 $5\text{cm}$  付近では実験 3 と似たような形が見られた。

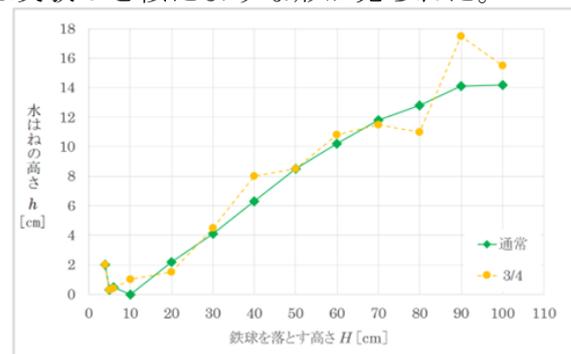


図 27 実験 3 との比較 (水深 3/4)

実験 3 の結果よりも  $h$  が高くなる高さ  $H$  が存在した理由として、水深が浅いことから、水はねを形成する表面張力とは別の要因が作用したことが考えられる。

しかし、水深を変えたとき、別の運動が作用しても水はねを形成するために使える水の量が違っていているために、水深ごとで結果に違いが出ていると考えられる。

## 7-10. 実験 5 の総括

以上より、水深は水はねの高さに影響を与えるが、法則の概形を大きく変えるような要因ではないと考えた。

また、実験 3 の結果と比べて  $h$  が高くなる高さ  $H$  が存在した理由として、水深が浅いことによって水はねを形成する表面張力とは別の運動が作用しているとも考えられる。

しかし、そのような違いが出る明確な原因は分からない。今後、詳細な観察等を分析して考察したい。

## 8. 結論（実験 1~5 より）

### ・仮説 I について

正の相関があり、着水時の鉄球の速さにより、水はねの法則が変わる。これは水面の物理的性質によるものである。

### ・仮説 II について

統一的な線形とはならず、2 次関数や線形などの関係が見られた。

$H=5\text{cm}$  と他の高さでは明らかに水はねの生じ方に違いがある。今回行った条件内での現象では、水はねの高さの法則には表面張力が影響しているからと考えられ、そのメカニズムは、水はねの形が着水時の水滴の発生の仕方が変わることにあるといえる。

## 9. 展望

未解決の問いを明らかにすべく、次の 4 つに取り組む。

- ① 現在の装置と方法でより多くのデータを集める。
- ② 水への衝突の直前・直後に、水面や鉄球に起きていることをより詳細に調べる。
- ③ 落とす物体を変えて対照実験を行う。
- ④ 表面張力を考えた水面膜の振る舞いをモデル化し、実験結果を説明する。

水面への衝突を、エネルギーだけでなく、運動量や水面の性質からも考察していきたい。

## 10. 謝辞

本研究を行うにあたり、御助言・御指導いただいた物理科の佐々木俊哉先生に厚く御礼申し上げます。

## 11. 参考文献

- 1) 大科学実験「実験 77」水しぶきの階段. NHK for School. [https://www2.nhk.or.jp/school/movie/bangumi.cgi?das\\_id=D0005110363\\_00000](https://www2.nhk.or.jp/school/movie/bangumi.cgi?das_id=D0005110363_00000). (2022 年 10 月最終閲覧)
- 2) 「水滴が水面で大きく跳ね返る条件を探る」. 中本太一. 城戸良祐. 愛媛県立松山南高等学校. (2019)

3) 「固体物を水面に落とした時の水のはね上がりに関する研究」. 城和佳. 竹田夏菜. 西尾怜愛. 愛媛県立松山南高等学校. (2020)

4) 「固体に作用する水面衝撃力. Water Impact Load of Rigid Body」. 大同淳之. 立命館大学理工学部. 第 23 回水理講演会論文集. (1979. 2 月)

5) 着水衝撃について. Hydrodynamic Impact 平野陽一. 日本航空宇宙学会誌. 第 19 巻. 第 214 号. (1971. 11 月)

6) The impact on seaplane float during landing. NACA TN 321. VON KARMAN, T. (1929).

7) Self-similar jet evolution after drop impact on a liquid surface. Cees, Jerry, Bodjie, Arnaud, and Daniel. (2021)