32202

買い占め問題

3633 湯藤真悟　3605 市岡莉玖　3609 大脇侑也

要旨

コロナ渦に起きたマスクの買い占めが問題となった。そこで、ある条件下で自分の最適な行動を考えるゲーム理論を用いて、買い占めが起きそうな状況の時に取るべき行動を知ることを研究の目的とした。その達成のために、売り上げの利益の増減を調べること、マスクの供給量と在庫数の変動に関わる因子を明確にすることを取り上げた。しかし、正確なマスクのデータがなく、ゲーム理論の利得表に落とし込むことができなかった。そこで、買い占めの状況を表現したゲームのモデルを作り、期待値を計算することにより最適な選択を考えた。そして、特定の状況について、期待値の式を一般化することに成功した。

１．目的

買い占めが起きている状況で私たちが取るべき最適な行動を知る。

２．定義

本研究ではマスクの買い占めを取り扱っている。マスクを購入する場面で、日常生活において必要な量の単位を１枚とし、１枚より多くの量を購入する行動を買い占めと定義した。

３．研究方法

本研究では、次の２つのことを扱った。

(Ⅰ)店舗のマスクの在庫数の変動を調べる。

(Ⅱ)買い占めの状況をモデル化したゲームを設定し、期待値の計算を用いて考える。

４．研究内容・結果

(Ⅰ)店舗のマスクの在庫数の変動を調べる。

(ⅰ)目的１

店舗にあるマスクの在庫数の変化が、買い占めが起こる状況と関係していると考え、それを調べることによって、ゲーム理論の利得表の考えに結びつける。

(ⅱ)仮説１

月ごとのマスクの在庫数の変動を調べることが買占め問題を考える上で役に立つ。

(ⅲ)結果１

月ごとのマスクの在庫数の変動を調べるために、nカ月経ったときのマスクの在庫数a_nを、それに関わる要素を用いてnの関数として表した。

x：全体の人数

I：買い占めを行う可能性のある人数

M：毎月供給されるマスクの数

m：もともとあるマスクの数

k：１人あたりが買い占める枚数$(k \geq 2)$

p：買い占めをする確率

を用いて、a_nをnの式で表すと、

$$a_n = -pIn(k-1) + n(M-x) + m$$

と表せる。

(ⅳ)考察１

上の式を関数としてみると、nの１次関数の式であり、

$$(M-x) > pI(k-1)$$

のときはマスクの在庫数が増加関数となり買い占めは起きていても問題には至っておらず、$(M-x) < pI(k-1)$

のときはマスクの在庫数が減少関数となり、買い占めによる問題が発生することが分かった。

結果から、月ごとのマスクの在庫数の変化にどのような要素が関わっているのか、いくつかあげることができた。しかしどの要素がマスクの在庫にどれだけ影響を与えているのか見当はつかなかった。

また、買い占め問題に関わる要素が多く、利得表で表現することができなかった。現実の問題は複雑であり、消費者の心理まで含めた深い分析には至らなかった。

そこで、研究（Ⅰ）であげた要素の中から、いくつかを抽出し、買い占めの状況を表現したゲームを設定して考えることにした。

（Ⅱ）買い占めの状況をモデル化したゲームを設定し、期待値の計算を用いて考える。

（ⅰ）目的２

要素の個数を絞って、買い占めの状況を簡単に表したモデルのゲームを設定することで、ゲーム理論の利得表の考え方や、期待値の計算を利用する。

（ⅱ）仮説２

３つの要素を抽出し、買い占めの状況を表現するモデルを考えることで、期待値の計算をすることができる。

（ⅲ）結果２

結果１から、人の人数、買い占め行動の選択に関わる確率、供給されるマスクの数の３つの要素に注目することで、買い占めの状況を表現したゲームを設定した。

① 買い占めゲームのルール

・２人以上のプレーヤーで、決まった量のマスクから買う。

・各ターンでは各プレーヤーは１枚買うか、２枚買うかを選択し同時に提示する。

・ただし、提示された合計が決まった量を超える場合は誰も買うことができない。

・このターンを何度か繰り返し、各プレーヤーはより多くのマスクを得ることを目指す。

② ゲームの考え方

注目したのは次の３つの要素である。

n：全体の人数

m：毎ターンのマスクの在庫数

p：買い占めの選択に関わる確率

ここでは人数、在庫数ともに少なめに設定したため、１枚または２枚買う場合だけを考えることとする。また、買った枚数が在庫数を超えた場合、思うように買うことのできない人が出てくるため、極端ではあるが全員買うことができないというルールを設定した。全員が１枚ずつ買う場合、２枚ずつ買うのが最善となる場合は考えないので、mの範囲は、

$$n < m < 2n$$

とする。

マスクを１枚買う通常の選択に対し、２枚買う選択は買い占めを表している。マスクを１枚買う選択をする確率をpとすると、マスクを２枚買う選択をする確率は$1-p$である。

例えば、$p=\frac{3}{4}$のときは４回中３回マスクを１枚買い、１回２枚買うことを表している。

また、便宜上、各プレーヤーは最善な選択の割合をとるとし、プレーヤー全員の選択の割合を統一して考えることとする。

③ 期待値とは

期待値とは１回の試行で起こる事象の値の平均値のことである。

例えば、１個のさいころを投げるときの出る目の期待値は、

$$1\cdot\frac{1}{6}+2\cdot\frac{1}{6}+3\cdot\frac{1}{6}+4\cdot\frac{1}{6}+5\cdot\frac{1}{6}+6\cdot\frac{1}{6}$$

$$=3.5$$

となる。よって、平均するとさいころの目は 3.5 ぐらいの値が得られることがわかる。

④ 利得表とは

戦略的な意思決定や選択の結果として得られる各人の利得を表にまとめたものである。

（ⅳ）実験

はじめに２人のプレーヤーA、B で３枚のマスクを買うゲームを考える。

２人で３枚のマスクを買うことを表した次の利得表をもとに利得と買う確率の積からの和から期待値を求めた。

B ＼ A	通常 p	買占 $1-p$
通常 p	（1， 1）	（1， 2）
買占 $1-p$	（2， 1）	（0， 0）

このときの期待値とは、A を自身と考えたときの A が平均的に買うことが出来る枚数を表している。A の期待値は以下の式で求めた。

$$p^2+p(1-p)+2(1-p)p$$

この時、p^2は A と B が 1 個ずつ買う場合、$2(1-p)p$は A が 2 個買い、B が 1 個買う場合、$p(1-p)$は A が 1 個買い、B が 2 個買う場合を表す。先述の通り、買う枚数の総和がマスクの在庫数を超えるときはマスクを買うことができないので、A と B が共に 2 個ずつ買う場合の項は 0 となる。

$$p^2+p(1-p)+2(1-p)p$$
$$=-2p^2+3p$$

この２次式を微分すると、

$$-4p+3$$

ここで値が 0 のとき、$p=\frac{3}{4}$で極大値を取る。

$0\leqq p\leqq 1$より、最大値は極大値とpの範囲の端である$p=1$と$p=0$を代入して比べると、今回は極大値が最大値を取るので極大値を取る$p=\frac{3}{4}$の時に期待値の最大値は$\frac{9}{8}$となる。このとき８ターンのゲームであれば$\frac{1}{4}\times 8=2$となり、２回 2 枚買い、全体で$\frac{9}{8}\times 8=9$となり、9 枚得られ 1 回あたり$\frac{9}{8}$枚手に入れることが期待できるということを表している。ここで、人数とマスクの数の関係があると予想し、同様にして下記の条件で計算を行い、期待値の最大値をとる確率pと期待値の最大値と条件を表にまとめた。

1，人数２、マスク３
2、人数３、マスク４
3，人数３、マスク５
4，人数４、マスク５
5，人数４，マスク６
6，人数４、マスク７
7，人数５、マスク６

人数	マスクの在庫	期待値が最大の確率	期待値の最大値
2	3	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{8}$
3	4	$\frac{8}{9}$	$\frac{256}{243}$
3	5	$1-\frac{\sqrt{6}}{6}$	$\frac{\sqrt{6}}{9}+1$
4	5	$\frac{15}{16}$	$\frac{67500}{65536}$
4	6	$\frac{3}{4}$	$\frac{297}{256}$
4	7	$\frac{1}{2}$	$\frac{11}{8}$
5	6	$\frac{24}{25}$	$\frac{1990656}{1953125}$

（ｖ）結果３

同人数の時、期待値が最大の確率が大きくなるのはマスクの在庫が少ないときであり、期待値の最大の値はマスクが多いときである。また、同マスクの数の時、人数が多い方が、期待値が最大の確率が高く、期待値の最大の値は小さくなる。

（ⅵ）考察２

人数	マスク	期待値の式
2	3	$-2p^2+3p$
3	4	$-3p^3+4p^2$
4	5	$-4p^4+5p^3$
5	6	$-5p^5+6p^4$

２人と３枚、３人と４枚、４人と５枚、５人と６枚の時、つまりｎ人とｎ＋１枚の時の期待値を考えた時に期待値を表す式に下記のような条件があると予想をした。

$$-nP^n+(n+1)P^{n-1}$$

この予想を証明するために文字に戻して計算すると、

$$p^n+(n-1)p^{n-1}(1-p)+2(1-p)p^{n-1}$$
$$=p^n+(n-1)p^{n-1}-(n-1)p^n+2p^{n-1}-2p^n$$
$$=\{1-(n-1)-2\}p^n+(n+1)p^{n-1}$$
$$=-np^n+(n+1)p^{n-1}$$

よって予想は正しい。

（ⅶ）結果４

今回の実験ではｎ人とｎ＋１枚の時の期待値を考えた時に期待値を表す式の一般化に成功した。

５．展望

人数ｎ人、マスク n+k 枚（ｋは自然数）の期待値を表す式を求める。

６．謝辞

研究を進めるにあたり終始適切な助言を賜り、また丁寧に指導してくださった先生方ありがとうございました。

７．参考文献、引用文献

・日常世界的秩序問題のゲーム理論的分析──《二重の選択》を手がかりに──武藤正義

・Es Discovery

・ゲーム理論はアート： 日本の未来をデザインする政策のための第三の道
松島斉（東京大学大学院経済学研究科教授）

・予備校のノリで学ぶ「大学の数学・物理」「ゲーム理論の基本」
https://youtu.be/-UulHZPFo2M
2021.11.10　取得

・逢沢 明　「ゲーム理論トレーニング」かんき出版