

正多角形から折るバラ

2611 草野絢香 2508 片田美玖 2619 田川りの

要旨

さまざまな形の正多角形の折り紙からバラを折るために、まず正方形から正多角形を切り出す方法を調べた。正多角形の中心角の大きさが分かれば、任意の正多角形を切り出せることが分かった。

次に、正五角形から折る基本の佐藤ローズの折り方は、他の正多角形にも適用できるかを調べた。正三角形、正方形、正六角形は折ることができた。正七角形は折り方にしたがって折ることができたが、バラの中心部が長くなり、見た目がバラらしくならなかった。

本文

1. 背景

佐藤ローズという折り紙のバラがある。佐藤直幹さんが考案したバラであり、一般的には正方形や正五角形の折り紙から折る方法が知られている。



私たちは正五角形の佐藤ローズの折り方が、他の図形にも適用できれば様々な形のバラが作り出せるのではないかと考え、研究を行った。

2. 目的

- ①正方形の折り紙から任意の正多角形を切り出す方法を調べる。
- ②正五角形の佐藤ローズの折り方はほかの正多角形にも適用できるのかを調べる。

3. 用語説明

- 中心角…正多角形の中心からそれぞれの頂点に向かって引いた線、(または中心からそれぞれの辺への垂線)によって、正多角形の中心にできる角を中心角ということとする。正五角形の場合は 72° である。

- 切り出す…一枚の折り紙を折り、重ねたまま一か所を切る。それを開くと対称な図形ができる。

4. 仮説

- ①正多角形を切り出す際の折り紙の折り方には法則性がある。
- ②正多角形の角の数を変化させるとバラの形には違いが出る。

5. 使用した器具・装置など

- 折り紙 (15 cm × 15 cm)
- ハサミ
- 定規

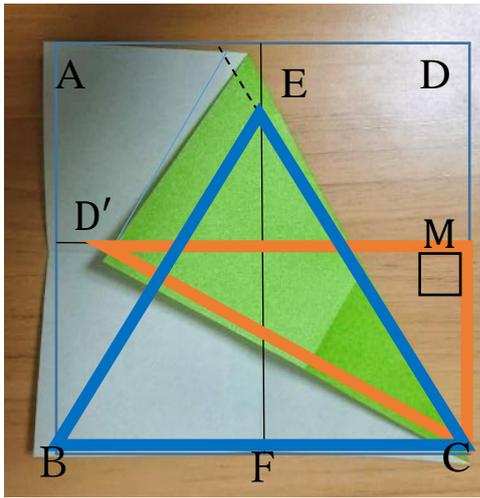
6. 研究・実験の手順①

正三角形、正五角形、正六角形を切り出す方法が正しいことを数学的に証明し、折り方の法則性を見つける。

●正三角形

〈折り方〉(図1参照)

- ① AD と BC が重なるように半分に折り、開く。
- ② D が①の折り線に重なるように折り、開く。
- ③ EF で半分に折り、EC に沿って重ねて切る。



〈図1〉正三角形を切り出す際の折り方

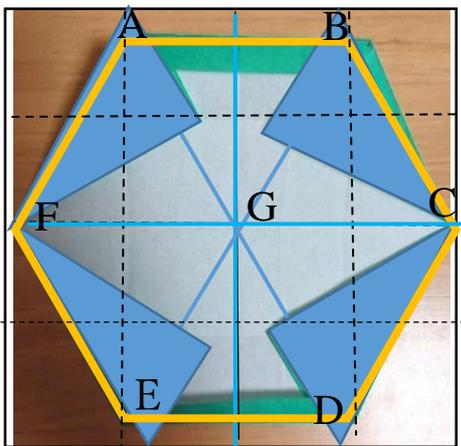
[証明]

正方形の一辺の長さを2とする。DC=D'C、MC=1、 $\angle CMD'=90^\circ$ より $\triangle D'CM$ はMC:D'C:D'M=1:2: $\sqrt{3}$ の直角三角形である。よって $\angle MCD'=60^\circ$ であり、折り返した角なので $\angle MCE=\angle ECD'=30^\circ$ 、 $\angle ECB=90^\circ - \angle ECD=60^\circ$ である。反対側も同様に考えて $\angle EBC=60^\circ$ である。したがって $\triangle EBC$ は正三角形である。

●正六角形

〈折り方の概要〉

折り紙を正方形になるように4つに折り、それぞれで小さい正三角形を作る。



〈図2〉正六角形を切り出す際の折り方

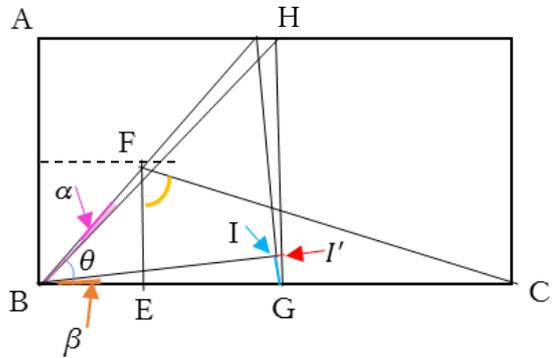
[証明]

$\triangle AGF$ と $\triangle BGC$ は合同な正三角形なので $\angle AGF=\angle BGC=60^\circ$ より $\angle AGB=60^\circ$ 。
 $AG=GB$ より $\triangle AGB$ は二等辺三角形なので $\angle BAG=\angle ABG=60^\circ$ 。よって $\triangle AGB$ は正三角形である。同様に考えて $\triangle EGD$ も正三角形。
 したがって六角形 ABCDEF は正六角形である。

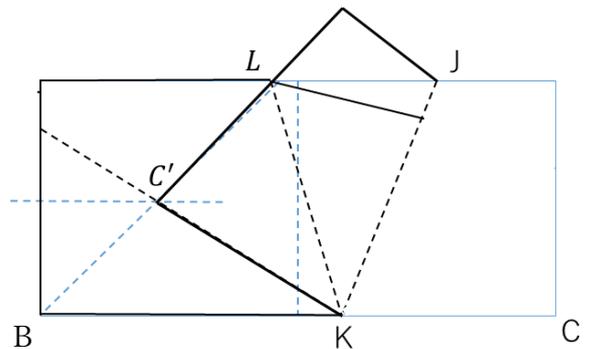
●正五角形

〈折り方〉(図3、4参照)

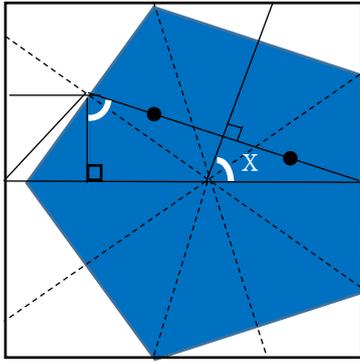
- ① 折り紙を半分に折る。
- ② HGで半分に折って開く。
- ③ AをGから用紙の一辺の長さの4%上にずらしたところ(I)に合わせて折り、開く。
- ④ AHがBGに重なるように折り、開く。
- ⑤ ③と④の交点をFとし、CがFに重なるように折る。(図4)
- ⑥ $\angle C'KJ$ を二等分するようLKで折る。
- ⑦ ⑥で作った角に合わせ $\angle BKJ$ を三等分する。
- ⑧ 重ねたままC'Lで切る。



〈図3〉正五角形の切り出しの折り方と補助線



〈図4〉正五角形の切り出しの折り方



〈図5〉 切り出される正五角形と折り図

[方針]

正五角形を作るには、〈図5〉の中心角 x を 72° にする必要がある。用紙を折るとき、〈図3〉のIGを用紙の一边の長さの4%開ける必要がある。そうすることで 72° に近づけることができ、より正確な正五角形を作ることができる。

[証明]

三角形の相似より(図5参照)、〈図3〉の $\angle CFE=72^\circ$ であれば $x=72^\circ$ となる。 $\angle CFE=72^\circ$ にするために隙間を4%にすればよいことを証明する。折り紙の一边の長さを4とする。 $\angle CFE=72^\circ$ とすると $FE=1$ より
 $EC=\tan\angle CFE=\tan 72^\circ \approx 3.078$ 。
 よって $BE=4-3.078=0.922$ となる。
 $\angle EBF=\theta$ とすると $\tan\theta=\frac{1}{0.922}$ より $\theta=47.334^\circ$ 。
 $\angle HBG=45^\circ$ だから $\angle FBH=\alpha$ とおくと
 $\alpha=\theta-45^\circ=2.334^\circ$ である。
 折り返した角なので、 $\angle I'BG=\beta$ とすると
 $2\alpha=\beta$ 。よって
 $\beta=4.668^\circ$ 、すなわち $\sin\beta=0.081$ となる。
 直線BIと線分GHの交点をI'とおくと開ける隙間の大きさは $GI \approx GI'$ である。
 $\sin\beta=\frac{GI'}{2}=0.081$ より $GI'=0.162$ 。
 一边の長さが4なので、一边の長さに対するGI'の長さの比は $\frac{0.162}{4}=0.0405 \approx 0.04$ 。
 よって4%の隙間を開ければ、 $x=72^\circ$ である。

7. 結果①

正三角形と正六角形の切り出し方は、 $1:2:\sqrt{3}$ の比を用いて証明することができた。
 正五角形の切り出し方は、中心角 72° のタン

ジェントの値と、折り紙の一边の長さとの比を用いて証明することができた。

8. 考察①

切り出したい正多角形の中心角の大きさ x が分かれば、 $\tan x$ の値を用いて正多角形を切り出せる。

9. 研究・実験の手順②

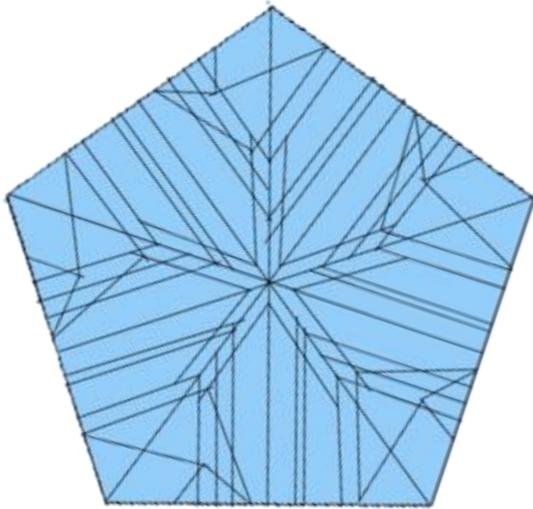
正三角形、正方形、正六角形、正七角形から正五角形の折り方を応用してバラを折り、完成したバラの見た目や折り図の違いを調べる。

今回の研究では「正五角形の佐藤ローズの折り方に従って正多角形の紙を折ったもの」をバラと定義する。

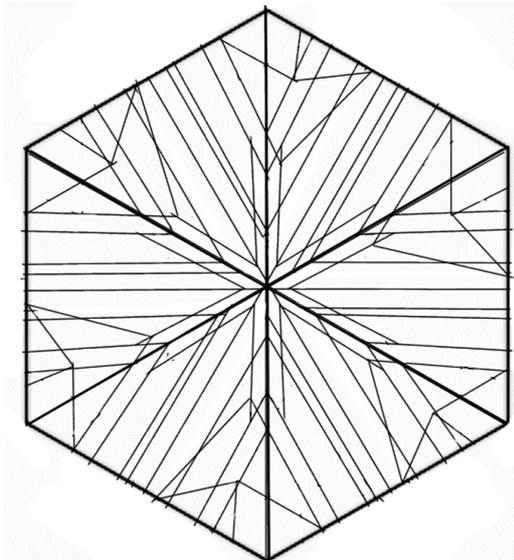
10. 結果②

正三角形	正方形
正五角形	正六角形
正七角形 (上から)	正七角形 (横から)

〈図6〉 完成したバラ



〈図7〉正五角形の折り図



〈図8〉正六角形の折り図

〈図6〉にあるように正 n 角形の $n=3, 4, 6, 7$ の場合は正五角形の折り方に従って折ることができた。

$n=8$ のとき、折り線をつけることはできたが、紙の重なりが多くなりバラの形まで折ることができなかった。

1 1. 考察②

〈図7〉、〈図8〉を比べてみると、それぞれの角で同じ折り方をしているの、理論上は正 n 角形

の n の値が何であってもバラを折ることができるのではないかと考えられる。

正七角形から折ったバラは花卉が小さく中心部分が長くなってしまい、完成品はバラといえるのかという疑問が生まれた。

1 2. 結論

- ・切り出したい正多角形の中心角の大きさがわかれば $\tan x$ の大きさから任意の正多角形を切り出せる。
- ・正三角形から正七角形までは佐藤ローズの正五角形の折り方でバラを折ることができる。
- ・バラの定義を「正五角形の佐藤ローズの折り方に従って折ったもの」としていたが、それでは見た目がバラらしくないものが出てきたため、定義の見直しが必要だ。

1 3. 展望

- ・完成したバラの花弁と中心部分の長さの比などから新しくバラの定義を設ける。
- ・佐藤ローズの折り方を参考にし、正 n 角形の $n \geq 7$ のときでも、バラに見えるような新しい折り方を見つける。

1 4. 謝辞

この研究を遂行するにあたり、意見をくださった数学の先生方、ありがとうございました。

1 5. 参考文献

佐藤直幹. 一枚のバラから作るバラの折り紙.

日本ヴォーグ社. 2015. 9. 28. 96 ページ

中一隆. “薔薇と折り紙の日々 精度の高い正五角形の切り出し方”. ココロログ. 2015. 4. 17.

<https://naka-origami.cocolog-nifty.com/blog/2015/04/post-0fcd.html>

(参照 2020. 12. 16)