

偏差値と正規分布

2514 小林奈央 2524 西尾知紗 2637 八尾櫻子

要旨

模試の結果から算出される学力偏差値に興味を持った。まず、偏差値を学ぶために必要な統計学の基礎知識を学習した。そして、偏差値とは何かを調べ、どのように偏差値が求められているかを学んだ。実際に自分たちで簡単なテストを作成、実施し、そのデータから学力偏差値を算出した。

本論

1. 方法

(1) 研究道具、試薬、材料

図書館の本、ウェブサイト

(2) 実験手順

(i) 図書館で統計学についての本を借り、1人ずつ他のメンバーの前で授業をする。その内容について議論し、理解を深める。そして、その中で特に理解しにくいことやわからないことについて、ウェブサイトで調べる。

(ii) 実際にどのような値になるのか知るために、私たちは一度自分たちで偏差値を求めることにした。そのためにある2年生の2クラスに協力してもらい、簡単なテストを実施した。

(iii) 実施したテストの結果をグラフにした。

2. 結果

(i) 授業を通じて統計学についての様々な知識を得ることができた。

(あ) 平均

- ・ 1つだけ値が極端に平均値から離れていると平均が大きく変化する場合がある。
- ・ 極端な値を「外れ値」という。
- ・ 極端な値があるデータでは、平均値以下のデータがちょうど半分あるわけではない。

(い) 正規分布

- ・ 正規分布の確率密度は、平均と分散（確率偏差）だけで決まるハンドベル型の曲線。
- ・ グラフの縦軸を「確率密度」といい、確率とは別物である。‘ある範囲’を指定されて初めて確率になる。
- ・ 正規分布は独立な確率変数の足し算によって現れる。

- ・確率密度のグラフの下の部分の面積が、対応する確率を表す。
- ・正規分布では平均±(1.96×標準偏差)の範囲に95%のデータが収まる。
- ・独立な変数を足し算すると正規分布が現れる。
- ・一見分布してそうに見えても、歪む場合がある。
- ・平均値－標準偏差から平均値＋標準偏差までの面積が全体の約68%になる。
- ・平均値－標準偏差の2倍から平均値＋標準偏差の2倍までの面積は全体の約95%になる。
- ・平均値－標準偏差の3倍から平均値＋標準偏差の3倍までの面積は全体の約99.7%になる。

(う) ヒストグラム

- ・グラフの縦軸は確率密度を考えると相対度数を表す。
- ・階級を細かくして近似すると正規分布の形になる。

(え) 統計資料

- ・言葉の定義、注意書きを確認する・
- ・比較対象を誤ると結果は全く無意味である。
- ・異なる性質をもったデータが混在していたり、不足している情報があったりする可能性がある。

(ii) 偏差値とは模試の受験者全体の中での自分の学力位置、自分の学力推移がつかめる『便利なモノサシ』である。得点における偏差値とは $(\text{得点} + \text{平均値}) \div \text{標準偏差} + 50$ で求められる。

表1は2クラスの実施したアンケートの結果である。

A組

平均値：6.7点 標準偏差：2.105... \approx 2.105

B組

平均値：7.7点 標準偏差：1.593... \approx 1.593 となった。

A組						B組					
得点	人数	偏差	偏差の2乗	偏差の2乗 ×人数	偏差値	得点	人数	偏差	偏差の2乗	偏差の2乗 ×人数	偏差値
11	1	4.3	18.49	18.49	58.4086	11	1	3.3	10.89	10.89	61.7389
10	3	3.3	10.89	32.67	57.9335	10	5	2.3	5.29	26.45	61.1111
9	5	2.3	5.29	26.45	57.4584	9	3	1.3	1.69	5.07	60.4834
8	4	1.3	1.69	6.76	56.9834	8	13	0.3	0.09	1.17	59.8556
7	5	0.3	0.09	0.45	56.5083	7	7	-1	0.49	3.43	59.2279
6	6	-1	0.49	2.94	56.0333	6	4	-2	2.89	11.36	58.6001
5	5	-2	2.89	14.45	55.5582	5	3	-3	7.29	21.87	57.9724
4	6	-3	7.29	43.74	55.0831	4	1	-4	13.69	13.69	57.3446
3	1	-4	13.69	13.69	54.6081	3	0				56.7169
合計	36	0	60.81	159.64		合計	37	0	42.32	93.93	

表1 テスト結果と各値

(iii) 一つのクラスのテスト結果をグラフ化したものは正規分布に近似した。
しかし、もう一つのクラスのテスト結果をグラフ化したものは正規分布と大きく異なった。

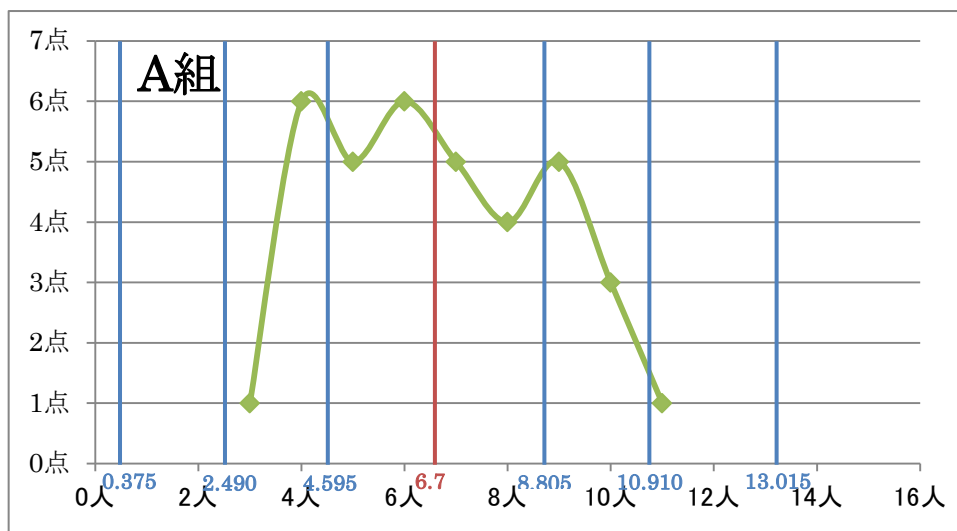


図1 A組の得点別人数分布

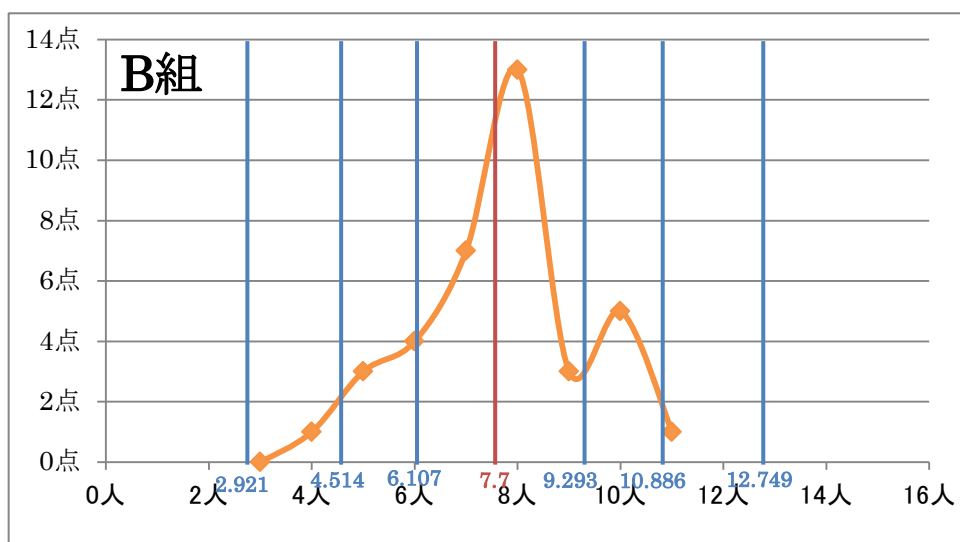


図2 B組の得点別人数分布

3. 考察

以上のことから、同じ点数でもデータによって平均と標準偏差が違うので偏差値が変わってくるのが分かった。

さらに、A、B組の4点の人の偏差値より、人数のばらつきによって偏差値が大きく変わってくることも分かった。

また、偏差値はデータの位置を探る数値だが、データをグラフ化すると、あるクラスは正規分布と大きく異なったため利用価値が低いことも分かった。

今後は偏差値以外の統計学についても研究していきたい。

4. 謝辞

研究をするにあたって御指導してくださった先生方、ありがとうございました。

5. 参考文献

『ウソを見破る統計学 ー 退屈させない統計入門』 神永正博著

『高校数学でわかる統計学 ー 本格的に理解するために』 竹内敦著