

正多角形から折るバラ

3511 草野絢香 3508 片田美玖 3515 田川りの

要旨

さまざまな正多角形の折り紙からバラを折るために、まず正方形から正多角形を切り出す方法を調べた。正多角形の中心角の大きさが分かれば、任意の正多角形を切り出せると分かった。

次に正五角形から折る佐藤ローズの折り方は、他の正多角形にも適用できるかを調べた。正三角形から正七角形までは折れたが完成形が変わった。また、バラの高さは正多角形の中心から辺までの距離、花卉の高さは辺の長さに関係していることが分かった。

1. 背景

佐藤ローズという折り紙のバラがある。佐藤直幹さんが考案したバラであり、一般的には正方形や正五角形の折り紙から折る方法が知られている。



私たちは正五角形の佐藤ローズの折り方が、他の図形にも適用できれば様々な形のバラが作り出せるのではないかと考え、研究を行った。

2. 目的

- ①正方形の折り紙から任意の正多角形を切り出す方法を調べる。
- ②正五角形の佐藤ローズの折り方はほかの正多角形にも適用できるのかを調べる。
- ③バラの見た目と折り図の関係を調べる。

3. 用語説明

- ・中心角…正多角形の中心から隣り合う2つの頂点に向かって引いた線によって、正多角形の中心にできる角を中心角ということとする。正五角形の場合は 72° である。

- ・切り出す…一枚の折り紙を折り、重ねたまま一か所を切る。それを開くと対称な図形ができる。

- ・完成したバラの高さ

…完成したバラを水平なところに置いたとき、地面から一番高いところまでの長さを完成したバラの高さとする。

- ・完成したバラの花弁の高さ

…右のように、完成したバラを水平なところに置いたとき、地面から花弁の一番高いところまでの長さを完成したバラの花弁の長さとする。



4. 使用した器具・装置など

- ・折り紙
- ・ハサミ
- ・定規

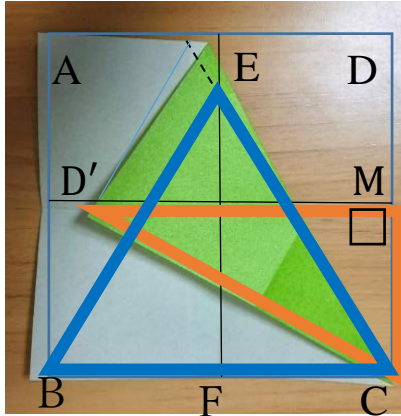
5. 仮説①

正多角形を切り出す際の折り紙の折り方には法則性がある。

6. 研究・実験の手順①

正三角形、正五角形、正六角形を切り出す方法が正しいことを数学的に証明し、折り方の法則性を見つける。

●正三角形



〈図1〉正三角形を切り出す際の折り方

〈折り方〉(図1参照)

- ① ADとBCが重なるように半分に折り、開く。
- ② Dが①の折り線に重なるように折り、開く。
- ③ EFで半分に折り、ECに沿って重ねて切る。

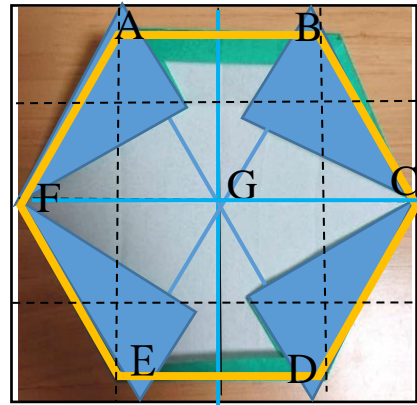
[証明]

正方形の一辺の長さを2とする。DC=D'C、MC=1、 $\angle CMD'=90^\circ$ より $\triangle D'CM$ はMC:D'C:D'M=1:2: $\sqrt{3}$ の直角三角形である。よって $\angle MCD'=60^\circ$ であり、折り返した角なので $\angle MCE=\angle ECD'=30^\circ$ 、 $\angle ECB=90^\circ - \angle ECD=60^\circ$ である。反対側も同様に考えて $\angle EBC=60^\circ$ である。したがって $\triangle EBC$ は正三角形である。

●正六角形

〈折り方の概要〉

折り紙を正方形になるように4つに折り、それぞれで小さい正三角形を作る。



〈図2〉正六角形を切り出す際の折り方

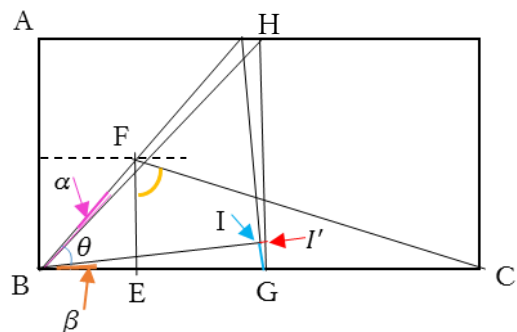
[証明]

$\triangle AGF$ と $\triangle BGC$ は合同な正三角形なので $\angle AGF=\angle BGC=60^\circ$ より $\angle AGB=60^\circ$ 。
 $AG=GB$ より $\triangle AGB$ は二等辺三角形なので $\angle BAG=\angle ABG=60^\circ$ 。よって $\triangle AGB$ は正三角形である。同様に考えて $\triangle EGD$ も正三角形。
 したがって六角形ABCDEFは正六角形である。

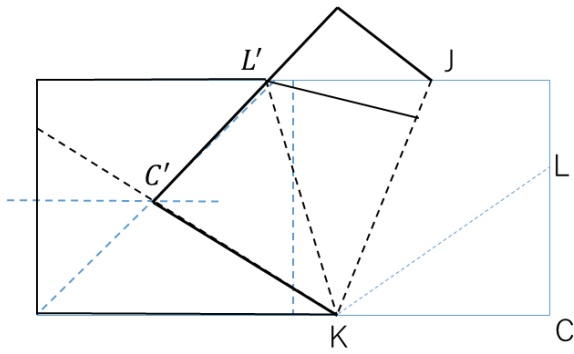
●正五角形

〈折り方〉(図3、4参照)

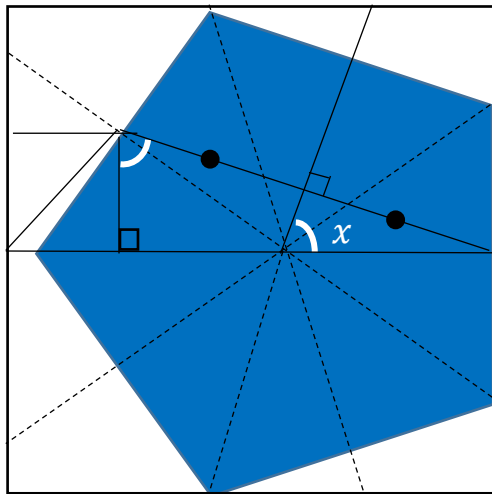
- ① 折り紙を半分に折る。
- ② HGで半分に折って開く。
- ③ AをGから用紙の一辺の長さの4%上にならずらしたところ(I)に合わせて折り、開く。
- ④ AHがBGに重なるように折り、開く。
- ⑤ ③と④の交点をFとし、CがFに重なるように折る。(図3)
- ⑥ $\angle C'KJ$ を二等分するようLKで折る。
- ⑦ ⑥で作った角に合わせ $\angle BKJ$ を三等分する。
- ⑧ 重ねたままC'Lで切る。



〈図3〉正五角形の切り出しの折り方と補助線



〈図4〉正五角形の切り出しの折り方



〈図5〉切り出される正五角形と折り図

[方針]

正五角形を作るには、〈図5〉の中心角 x を 72° にする必要がある。用紙を折るとき、〈図3〉のIGを用紙の一边の長さの4%開ける必要がある。そうすることで 72° に近づけることができ、より正確な正五角形を作ることができる。

[証明]

三角形の相似より(図5参照)、〈図3〉の $\angle CFE=72^\circ$ であれば $x=72^\circ$ となる。 $\angle CFE=72^\circ$ にするために隙間を4%にすればよいことを証明する。折り紙の一边の長さを4とする。

$\angle CFE=72^\circ$ とすると $FE=1$ より

$$EC = \tan \angle CFE = \tan 72^\circ \approx 3.078.$$

よって $BE=4-3.078=0.922$ となる。

$$\angle EBF=\theta \text{ とすると } \tan \theta = \frac{1}{0.922} \text{ より } \theta=47.334.$$

$\angle HBG=45^\circ$ だから $\angle FBH=\alpha$ とおくと

$$\alpha = \theta - 45^\circ = 2.334^\circ \text{ である。}$$

折り返した角なので、 $\angle I'BG=\beta$ とすると

$2\alpha=\beta$ 。よって

$\beta=4.668^\circ$ 、すなわち $\sin \beta=0.081$ となる。

直線BIと線分GHの交点をI'とおくと開ける隙間の大きさは $GI \approx GI'$ である。

$$\sin \beta = \frac{GI'}{2} = 0.081 \text{ より } GI' = 0.162.$$

一边の長さが4なので、一边の長さに対するGI'の長さの比は $\frac{0.162}{4}=0.0405 \approx 0.04$ 。

よって4%の隙間を開ければ、 $x=72^\circ$ である。

7. 結果①

正三角形と正六角形の切り出し方は、 $1:2:\sqrt{3}$ の比を用いて証明することができた。

正五角形の切り出し方は、中心角 72° の \tan の値と、折り紙の一边の長さとの比を用いて証明することができた。

8. 考察①

切り出したい正多角形の中心角の大きさ x が分かれば、 $\tan x$ の値を用いて正多角形を切り出せる。

9. 仮説②

正多角形の角の数を変化させるとバラの形には違いが出る。

10. 研究・実験の手順②

正三角形、正方形、正六角形、正七角形から正五角形の折り方を応用してバラを折り、完成したバラの見た目や折り図の違いを調べる。

今回の研究では「正五角形の佐藤ローズの折り方に従って正多角形の紙を折ったもの」をバラと定義する。

11. 結果②

正三角形から正七角形までは、基本の正五角形の佐藤ローズの折り方を用いて折ることができた。

正三角形	正方形
	
正五角形	正六角形
	
正七角形(上)	正七角形(横)
	

〈図6〉完成品のバラ一覧

しかし、 $n=7$ のときは、完成品のバラの高さが高くて花弁が小さく、バラらしい見た目にならなかった

$n=8$ のとき、折り線をつけることはできたが、紙の重なりが多くなりバラの形まで折ることができなかった。

1.2. 考察②

正多角形の角数を増やすと花びら部分が小さくなり中心部が高くなる。

ここで、バラの折り図と対応している部分に着目した。

図より、

(イ) 正多角形の一辺の長さ

(ロ) 正多角形の中心から頂点までの長さ

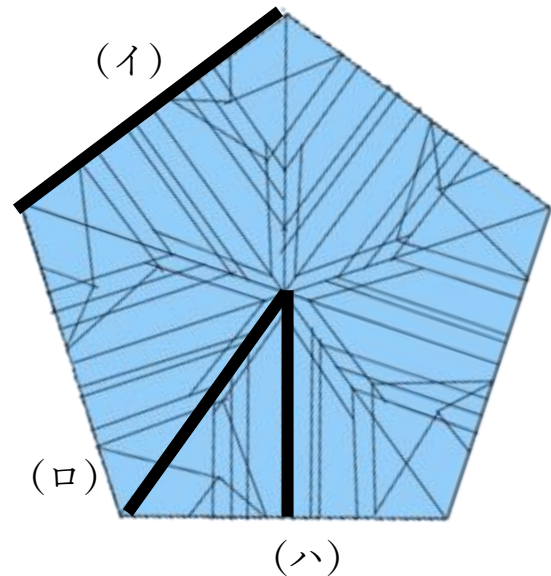
(ハ) 正多角形の中心から各辺までの距離

とすると、完成品のバラに対応している部分はそれぞれこのようになった。

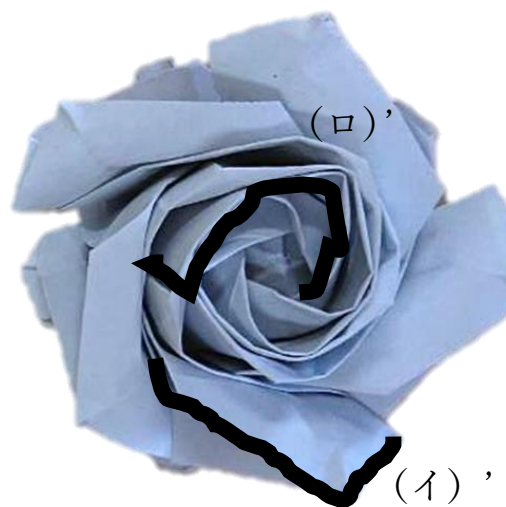
(イ)' 完成品のバラの花弁のふち

(ロ)' 完成品のバラを上から見た時、中心部分の巻き

(ハ)' 完成品のバラの裏側の巻き



〈図7〉正五角形のバラの展開図



〈図8〉上から見たバラ



〈図9〉裏から見たバラ

1 3. 仮説③

正多角形の中心から各辺までの距離または各頂点までの長さが完成したバラの高さに関係している。

1 4. 研究・実験の手順③

- (i) 正多角形の中心から頂点までの距離を10cm に揃える。
- (ii) 正多角形の中心から各辺までの距離を8cm に揃える。
- (iii) 正多角形の一辺の長さを8cm に揃える。

1 5. 結果③

- (i) 正多角形の角の数を増やすにつれ花卉の大きさが小さくなり、高さは高くなった。



	正方形	正五角形	正六角形	正七角形
花卉	2.6	3.1	2.5	2.3
中心部	3.0	3.1	3.3	3.5

- (ii) 正多角形の角の数を増やすにつれ花卉は小さくなった。高さはだいたい同じになった。



	正方形	正五角形	正六角形	正七角形
花卉	3.4	3.2	2.5	2.0
中心部	3.1	3.1	3.2	3.2

- (iii) 花卉の高さはだいたい等しくなる。正多角形の角の数を増やすにつれ高さが高くなった。



	正方形	正五角形	正六角形	正七角形
花卉	1.7	1.8	1.8	1.8
中心部	1.6	1.9	2.3	3.4

1 6. 考察③

- (i) 完成したバラの高さは、正多角形の中心から各辺までの距離が関係する。正多角形の中心から頂点までの長さを揃えたとき、正多角形の一辺の長さを揃えたとき、角の数を増やすにつれ完成したバラの高さが高くなったのは、正多角形の中心から各辺までの距離が長くなるからだと考えられる。
- (ii) 完成したバラの花卉の高さは、正多角形の一辺の長さが関係する。

1 7. 結論

- ・切り出したい正多角形の中心角の大きさがわかれば $\tan x$ の大きさから任意の正多角形を切り出せる。
- ・正三角形から正七角形までは佐藤ローズの正五角形の折り方でバラを折ることができる。
- ・図形の一辺の長さは花卉の高さに関係する。
- ・図形の中心から各辺までの距離は完成したバラの中心部の高さに関係する。

1 8. 謝辞

この研究を遂行するにあたり、意見をくださった数学の先生方、ありがとうございました。

19. 参考文献

佐藤直幹. 一枚のバラから作るバラの折り紙.

日本ヴォーグ社. 2015. 9. 28. 96 ページ

中一隆. “薔薇と折り紙の日々 精度の高い正五角形の切り出し方”. ココロログ. 2015. 4. 17.

<https://naka-origami.cocolog->

nifty.com/blog/2015/04/post-0fcd.html

(参照 2020. 12. 16)