

砂山の高さを決めているものは何か

2618 下畑 文乃

2616 近藤 里奈

2639 山本 志保

要旨

砂山遊びをする時、ある高さまでいくと自然と粒が転がり始め、崩れてしまう。そこで砂山の高さは何をもとにして決まるのか、また、どうしたら高い砂山を作ることができるのか、疑問に思ったので研究を行った。底面の形状と粒子を変えて、砂山を作成した。砂山の高さを決めているものは底面の半径と粒の大きさであることが分かった。今後、実際の砂を使用して実験を行いたい。

1. 目的

砂山の高さを決めているものを知り、また砂山の高さの限度には何か規則性があるか知りたい。そして、高い砂山を作りたい。今回は砂以外の粒子を用いたが便宜上、砂山と呼ぶことにする。

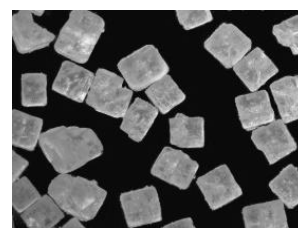


図2 塩の粒

2. 実験1

(1) 目的

砂山の高さと定面積の関係を知る。

(2) 仮説

砂山の高さは定面積によって決まる。

(3) 使用した器具、材料（図1）

- ・食塩（砂の代用）（図2）
- ・画用紙（円形、直径 2.00～6.00 cm）
- ・脚のついている金網 ・定規
- ・カメラ ・スタンド ・トレー



図1 実験器具

(4) 実験方法

①図1に示した円形の画用紙の上に、底面の半径が 2.00cm～6.00cm の砂山を 5 種類作成した。ただし今回は粒の大きさが 4.0mm で均一である食塩（図2）を使用した。

②砂山は図3のように紙で筒を作り、円の中心上方から食塩を落として作成した。

③図4のようにスタンドで定規を固定して、砂山の高さを測定した。



図3 砂山の作成

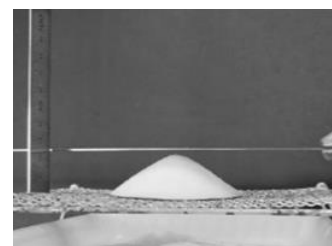


図4 砂山の高さ測定

(5) 結果

表 1 底面の半径・定面積と砂山の高さの関係

半径 (cm)	面積 (cm ²)	砂山の高さ (cm)			
		1	2	3	平均
2.00	12.6	1.10	1.45	1.09	1.21
3.00	28.2	1.80	1.92	1.82	1.85
4.00	50.2	2.60	2.77	2.81	2.73
5.00	78.5	3.50	3.21	3.10	3.27
6.00	113.0	4.05	3.95	3.86	3.95

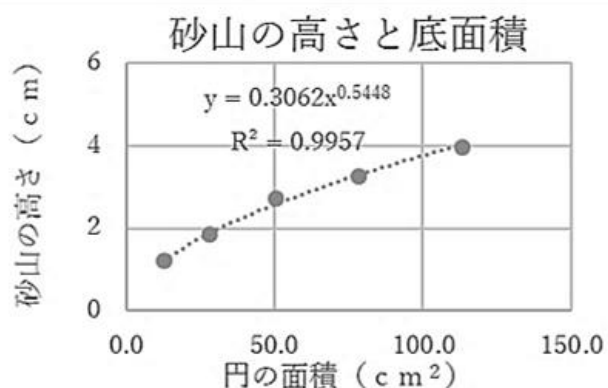


図 5 砂山の高さと底面積の関係

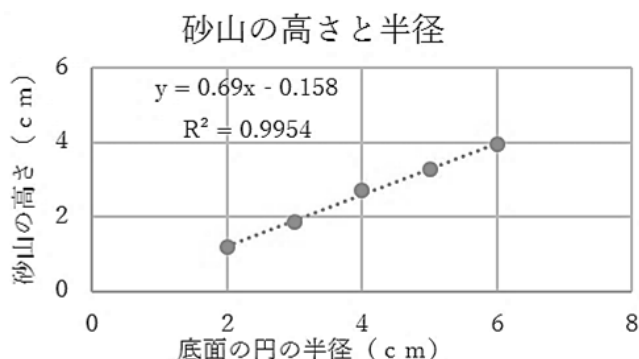


図 6 砂山の高さと底面の半径の関係

(6) 考察

図 5 から砂山の高さと底面積の関係は比例関係にはないといえる。しかし図 6 から、砂山の高さが円の半径に比例していることが分かる。砂山の高さを決めているものは、底面の円の半径であり、図 6 のグラフの傾きから半径と高さの比を計算すると約 0.69 という値になった。

食塩による砂山は最大でこの傾斜になるような形となると考えられる。

3. 実験 2

(1) 目的

底面を円でない形にした場合、砂山の高さはどうなるのかを知る。

(2) 仮説

多面体の内心から砂を落とした場合、内接する円の半径の大きさが等しければ、高さは同じになる。

(3) 使用した器具、材料

- ・方眼紙を、正三角形、正四角形、正五角形、正六角形で、すべての内接する円の大きさを 3.00cm としたもの (図 7)
- ・脚のついている金網
- ・定規
- ・カメラ
- ・スタンド
- ・トレー

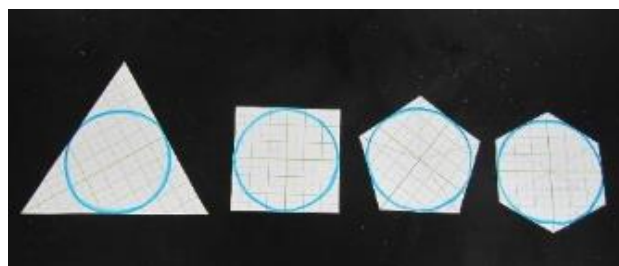


図 7 様々な形の底面

(4) 実験方法

実験 1 と同様にして方眼紙を土台とした砂山を作成し、砂山の高さを測定した。

(5) 結果



図 8 底面が正三角形の砂山



図9 底面が正方形の砂山



図10 底面が正五角形と正六角形の砂山

表2 底面の形と砂山の高さ

底面の形	砂山の高さ (cm)
円	2.30
正三角形	2.30
正四角形	2.31
正五角形	2.30
正六角形	2.34

表2の通り、内接する円の大きさが等しい5つの図形の砂山の高さはすべて約 2.3 cm になった。

また、砂のこぼれていく様子を観察すると、底面の辺の midpoint からこぼれていくことが観察できた。これは内接円と図形の辺とが接する点であった。

(6) 考察

砂山の高さは、底面の形に関係なく、内接する円の半径の大きさによって決まるといえる。理由として次のことが考えられる。1つの山に

おける傾斜はある値以上になると崩れるという仮説に則ると、この実験では砂を落とした点から底の端までの最短距離の方向で最も傾斜が大きくなる。

今回砂を落としたのは図形の中心であり、正多角形の内心に一致する点である。したがって、内接円の半径の長さが端までの最短距離であり、内接する円の半径の大きさによって砂山の高さが決まるといえる。実験1より、安定してつめる傾斜の限界値は約 0.69 である。

4. 実験3

半径 2.00～6.00 cm の円の砂山を測定し、横から撮影して印刷しそれぞれの角の角度を測る。測定した角度の番号は図8のとおりである。

今後、①の角を頂角、②、③の角を底角と呼称する。

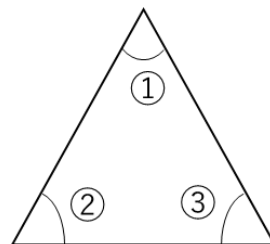


図11 山と測定した角度の番号

(1) 目的

砂山の底角や頂角に規則があるのかを調べ、高い砂山を作るためには何度が最適なのかを見つけ出す。

(2) 仮説

砂山の底角や頂角の値には規則性がある。

(3) 使用した器具、材料

- ・食塩（砂の代用）
- ・方眼紙（円形、直径 2.00～6.00cm）
- ・脚のついている金網
- ・カメラ
- ・スタンド
- ・トレイ
- ・定規
- ・分度器

(4) 実験方法

実験 1 と同様の手法で食塩を用いて高さが最大になる砂山を作成した。カメラを使用して砂山を山の頂点カメラが水平になる位置から撮影し、写真を印刷する。その後、記録者三人がそれぞれ角度を測定する。

(5) 結果

表 3

	頂角 ① (°)			
半径 (cm)	1 回目	2 回目	3 回目	平均
2.00	108	105	106	106
3.00	110	110	110	110
4.00	109	110	109	109
5.00	111	110	111	111
6.00	114	113	114	114
	底角② (°)			
半径 (cm)	1 回目	2 回目	3 回目	平均
2.00	37	36	36	36
3.00	35	36	35	35
4.00	36	35	35	35
5.00	34	34	33	34
6.00	33	33	33	33
	底角 ③ (°)			
半径 (cm)	1 回目	2 回目	3 回目	平均
2.00	33	38	37	37
3.00	35	34	35	35
4.00	36	36	35	36
5.00	36	36	35	36
6.00	33	34	33	33

(6) 考察

表 3 より食塩で作る砂山の基本となる角の大きさの角①110°、角②35°、角③35°であるということを求めることができた。 $\tan 35^\circ \approx 0.700$ より実験 1 の結果、考察と一致する。

5. 実験 4

砂の粒の大きさが異なるコーンスターチ、食塩、ザラメを用意し砂山を作成する。

(1) 目的

砂の粒の種類、大きさを変えた場合砂山の高さがどう変わるのかを調べる。

(2) 仮説

食塩よりも粒の細かいザラメの方が低い砂山ができ、また食塩よりも粒の細かいコーンスターチが最も高い砂山になる。また、コーンスターチは粒が細かくさらさらしているので高く上がった砂山の形になる。

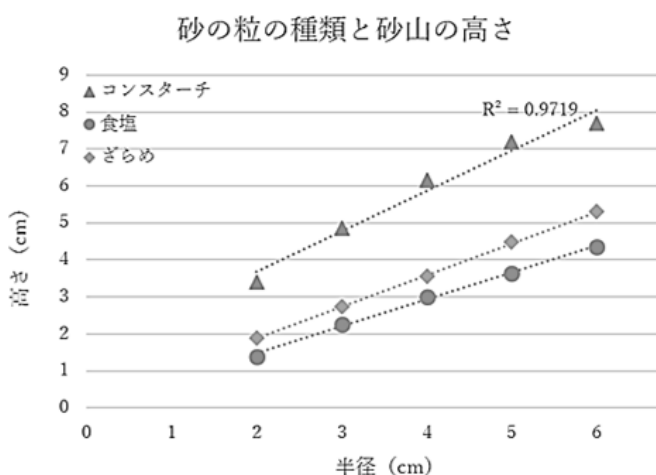
(3) 使用した器具、材料 (図 1)

- ・食塩 (砂の代用) (図 2)
- ・画用紙 (円形、直径 2.00~6.00 cm)
- ・脚のついている金網
- ・定規
- ・カメラ
- ・スタンド
- ・トレー

(4) 実験方法

実験 1 と同様にして、食塩、ザラメ、コーンスターチの砂山を作成し高さを測定する

(5) 結果



(6) 考察

図9よりそれぞれの高さについてコーンスターチ、食塩、ザラメのどの粒でも半径が大きくなれば砂山の高さは高くなるといえる。コーンスターチは粒が小さくサラサラしているので底角が大きくななくても積みあがりやすいといえる。ザラメのほうが食塩よりも高く積みあがった理由については、ザラメは高く積みあがる際に粒が大きい、粒同士が引っかかりやすいということが関係していると思われる。

6. 実験5

実験4で作成した食塩、コーンスターチ、ザラメの砂山の角度を測る。

(1) 目的

砂の粒の種類、大きさを変えた場合、砂山の角度はどう変わるのかを調べるため。

(2) 仮説

食塩よりも粒の大きいザラメの方が角①が大きく緩やかな形になり、粒の小さいコーンスターチは角①の小さく尖った形になる。

(3) 使用した器具、材料 (図1)

- ・食塩 (砂の代用)
- ・方眼紙 (円形、直径 2.00～6.00cm)
- ・脚のついている金網 ・定規
- ・カメラ ・スタンド ・トレー
- ・分度器

(4) 実験方法

実験4と同様にして、食塩、ザラメ、コーンスターチの砂山を作成し、角①、角②、角③それぞれの角度を実験2と同様にして記録者三人が測定した。

(5) 結果

表4

①				
コーンスターチ				
半径(cm)	1回目	2回目	3回目	平均
2	66	69	68	68
3	70	67	68	68
4	73	75	72	73
5	78	76	76	77
6	80	79	78	79
食塩				
半径(cm)	1回目	2回目	3回目	平均
2	110	110	108	109
3	114	119	110	114
4	109	108	107	108
5	110	108	110	109
6	111	110	110	110
ざらめ				
半径(cm)	1回目	2回目	3回目	平均
2	103	103	98	101
3	100	105	98	101
4	99	96	96	97
5	100	100	100	100
6	99	97	96	97

表5

②				
コーンスターチ				
半径(cm)	1回目	2回目	3回目	平均
2	60	60	62	68
3	58	59	58	68
4	57	57	56	73
5	53	55	52	77
6	50	52	53	79
食塩				
半径(cm)	1回目	2回目	3回目	平均
2	32	33	34	33
3	32	29	38	33
4	37	36	36	36
5	36	36	36	36
6	34	36	36	35
ざらめ				
半径(cm)	1回目	2回目	3回目	平均
2	38	37	40	38
3	38	37	38	38
4	38	42	42	41
5	41	41	42	41
6	39	41	42	41

表 6

③				
コーンスターチ				
半径(cm)	1 回目	2 回目	3 回目	平均
2	55	53	53	54
3	54	55	55	55
4	51	51	53	52
5	51	56	52	53
6	50	50	51	50
食塩				
半径(cm)	1 回目	2 回目	3 回目	平均
2	38	37	36	37
3	33	34	34	34
4	35	36	36	36
5	35	36	35	35
6	34	35	35	35
ざらめ				
半径(cm)	1 回目	2 回目	3 回目	平均
2	39	40	42	40
3	41	38	41	40
4	42	40	42	41
5	39	39	40	39
6	41	42	42	42

(6) 考察

表 4, 5, 6 より実験 4 で作成した食塩、コーンスターチ、ザラメの砂山の角度を底面の半径が 2.00~6.00cm の時の平均を比べるとコーンスターチの頂角①は 73°、食塩の頂角は 110°、ザラメの頂角は 99°となった。

このことより、ザラメが食塩に近い、頂角が広く安定した形になると言える。コーンスターチは頂角が小さく尖った形をしているが、加えて底角②と底角③の値は異なっている。つまり底面が円であっても底角が異なるいびつな山ができているといえる。このことはザラメや食塩にはない特徴のため、砂山の形状を決める別要因があるようにも思われる。

7. 結論

砂山の高さを決めているものは、底面の半径であり、また砂山の高さは円の半径に比例して

いることが分かった。また、底面を円でない形にした時も砂山の高さは内接する円の半径の大きさによって決まることが分かった。

このことは粒の種類によって最大の傾斜角があり、それを越える高さに粒を載せると崩れていくことを示している。

8. 今後の展望

砂の粒の大きさを変えたとき、粒の大きさが小さいほど砂山の高さは高くなると思っていた。しかし、食塩よりも粒の大きなザラメの方が砂山の高さが高くなった。今後はこれらの理由を調べて、高い山を作りたい。

また、図形の中心以外から山を作成したときの山の傾斜の最大値を調べたい。

9. 参考文献

シゼコン自然科学コンクール SHIZECON.NET
(<http://www.shizecon.net/>)