

ブリッジモデルの研究と製造

・要旨

“断面係数”という、材料の強度を示す値を知り、つまようじを用いた実測やシミュレーターを用いての計算を行い、例えばブリッジを構成する部品の強度と断面係数の関係を見つけ出すということから、断面係数が実際のブリッジの構造においてどのような形で現れているのかを追求した。

結果として、強度は断面係数よりもむしろ断面積との関係がありそうだということが分かった。

1.目的

つまようじがどれぐらいの荷重に耐えられるのかという強度をできるだけ数値化して記録する。その数値と断面係数の値を比較するなどして、強固なブリッジに必要な要素をまとめる。

2.使用器具・装置

(1) つまようじ・ボンド・荷重をかけるためのおもり

(2) West Point Bridge Designer 2010

(これは自由にブリッジを作ることができ、その強度を調べることができるソフトウェアである。今回はブリッジを作る材料の太さと強度との関係を調べるために使用した。)

3.実験・研究と考察

※断面係数について

断面係数とは、「曲げの力に対する断面の強さを表す数値」であり、以下の式で求められる。

$$W = \frac{bh^2}{6} \quad (W: \text{断面係数} [cm^3] \quad b: \text{断面の幅} [cm] \quad h: \text{断面の高さ} [cm])$$

この値を参考にしながら、ブリッジを作る材料の強度を求める。

断面係数が材料に正しく適用できるかどうか調べるため、つまようじに荷重をかけて断面係数を求める。(ただし、この段階では断面係数の値が何を示すのかが分からないため、その値は単なる比の値として用いている)

・実験 (1) …つまようじ1本を使用した場合と、2本を使用した場合の比較実験。

実験方法：①2本については、テープ及びボンドでつまようじを束ねる。

②用意した台につまようじを乗せる。

③つまようじに糸を吊るし、その先をおもりが入るような鞆に結ぶ。

④その状態でおもりを30秒に200gずつ鞆に入れてゆく。

⑤つまようじが折れた時点でかかっていた荷重[g]を記録する。

実験の様子



実験の結果を以下の表に示す。

つまようじの本数 (束ね方)	折れた時点での 荷重 (g)	断面係数(※)
1	①2400	1 / 6
2 (テープ)	②5000	2 / 6
2 (ボンド)	③4800	2 / 6

※つまようじ1本の断面積を、一辺が1の正方形として計算した。

・考察(1)

・①と②、①と③の比較

つまようじの数が約2倍になったとき、断面係数の値は2倍になっている。

この結果から、「本数の違う束ねたつまようじを比較したとき、
耐えられる荷重の比は断面係数の比に等しい」

という予想を立てた。

・また、この時点でのつまようじの束ね方は結果に大きく影響しなかった。

・実験(2) …つまようじ2本を使用した場合((1)の結果を使用)と、
4本を使用した場合の比較実験。

実験方法:(1)の方法の一部を変更して行った。

変更点 : ③(30秒に200gずつ) → (30秒に250gずつ) ※おもりが足りなかったため。

実験の結果を以下の表に示す。

つまようじの本数 (束ね方)	折れた時点での 荷重 (g)	断面係数(※)
2 (テープ)	②5000	2 / 6
2 (ボンド)	③4800	2 / 6
4 (テープ)	④5250	8 / 6
4 (ボンド)	⑤12000	8 / 6

※(1)の実験と同様。

・考察(2)

・④について

②のときと結果がほとんど変わっていない。

このことから、単純にテープでまとめるだけでは強度はほとんど強くならないと分かった。

・③と⑤の比較

(1) の実験とは違い、断面係数が4倍になっているにもかかわらず、耐えられる荷重は2～3倍ほどにしかになっていない。

(1) の実験で立てた「本数の違う束ねたつまようじを比較したとき、耐えられる荷重の比は断面係数の比に等しい」という予想は間違っていたと判断できる。

・ 新たな予想

ここで、それぞれの断面積に注目してみることにした。

以下の表は(1)と(2)それぞれの結果をまとめ、断面積の項目を追加した表である。

(テープでまとめても強度は強くなるとは考えられず、ここでは除外)

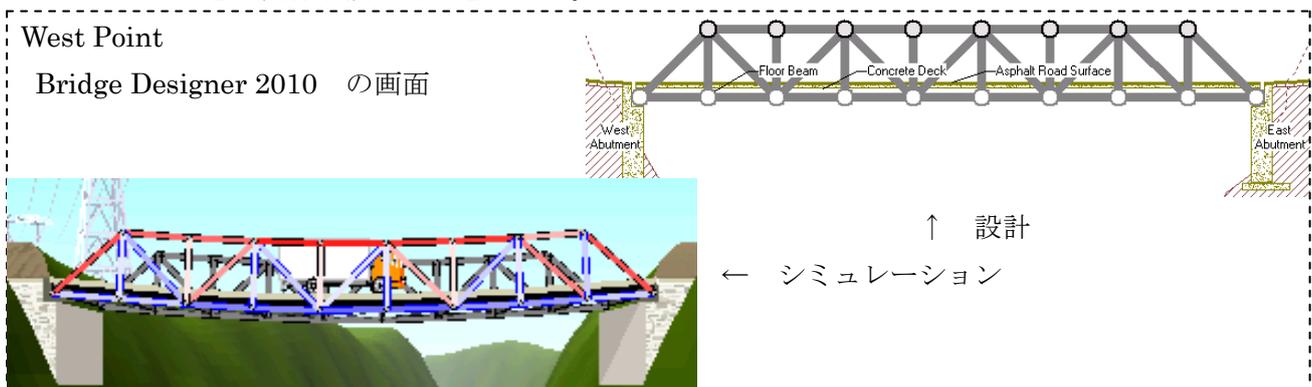
つまようじの本数 (束ね方)	折れた時点での 荷重 (g)	断面積(※)	断面係数(※)
1	①2400	1	1 / 6
2 (ボンド)	③4800	2	2 / 6
4 (ボンド)	⑤12000	4	8 / 6

※ (1) の仮定をそのまま使用。

それぞれを比較するとき、断面積の比と耐えられる荷重の比を調べてみると、
 1本と2本…… 1 : 2 と 2400 : 4800 = 1 : 2 で、その比は等しい。
 1本と4本…… 1 : 4 と 2400 : 12000 = 1 : 5 で、その比はほぼ等しい。
 2本と4本…… 2 : 4 と 4800 : 12000 = 2 : 5 で、その比はほぼ等しい。

誤差が大きいため・データが少ないため断言は難しいが、つまようじが耐えられる荷重については、断面係数よりはむしろ断面積と関係がありそうだと言える。

・ 実験 (3) … (2) の実験を受け、データから何か断面積と強度との関係を見つけ出すことが出来ないかと考え、“West Point Bridge Designer 2010” を用いて強度を数値化し、断面積との関係を調べることにした。



シミュレーション結果を次ページの表に示す。

材料の断面の大きさ (縦 [cm] × 横 [cm])	Tension Strength (kN) (※)	Compression Strength (kN) (※)	断面係数 (cm^3)
10×10	2375.0	814.2	166.7
20×20	9500.0	6991.0	1333.3
30×30	21375.0	18099.5	4500.0
40×40	38000.0	33796.9	10666.7
50×50	59375.0	54021.9	20833.3

※Tension Strength と Compression Strength について

どちらも West Point Bridge Designer 2010 上で使われていた言葉で、それぞれ直訳で“伸張強度”と“圧縮強度”となる。

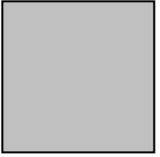
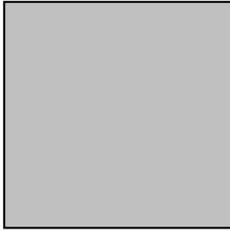
つまり材料がそれを引き伸ばそうとする力・押し縮めようとする力にどれだけ耐えられるのかと
いうことを示していると考えられる。

・考察 (3)

- 断面積との関係を調べる上で注目したのは、Tension Strength である。

例えば 10×10 の材料と 20×20 の材料を比べたとき、断面積と Tension Strength は共に 4 倍になっており、この関係がどの材料についても成り立っている。

材料の見比べ

	10×10	20×20	30×30
			
断面積	1	4	9
断面係数比	1	8	27
Tension Strength の比	1	4	9

- つまようじのような小さな材料について、その強度は断面積との関わりがありそうだという予想が立ったが、ブリッジを構成するような大きな材料についても、その強度は断面積との関わりがありそうだと言える。

ただ、「材料を引き伸ばそうとする力」というのがどのような力なのか、Tension Strength の値がどのようにして求められているのかということがいまだ不明瞭で、「ある1組の大きさが違う材料を比べたとき、強度の比と Tension Strength の比が等しい」ということにどのような意味があるのかということを知ることができていない。

また、断面係数と強度との関係や、Compression Strength に何らかの法則があるのかどうかという事も、まだ発見できていない。

◎結果から (Tension Strength を求める・つまようじの強度を計算する)

材料が正方形のとき、実験 (3) のシミュレーション結果より、Tension Strength (以下これを T とする) について

$$T = 23.75 \times L^2 \quad \dots \textcircled{1} \quad \text{という式が成り立つ。 (L: 材料の断面の一辺の長さ [cm])}$$

つまり実験 (3) の表は、以下のように見ることが出来る。

材料の断面の大きさ (縦 [cm] × 横 [cm])	Tension Strength (kN) (※)	Compression Strength (kN) (※)	断面係数 (cm^3)
10×10 (=100)	2375.0 (=23.75×100)	814.2	166.7
20×20 (=400)	9500.0 (=23.75×400)	6991.0	1333.3
30×30 (=900)	21375.0 (=23.75×900)	18099.5	4500.0
40×40 (=1600)	38000.0 (=23.75×1600)	33796.9	10666.7
50×50 (=2500)	59375.0 (=23.75×2500)	54021.9	20833.3
L × L (= L^2)	$23.75 \times L^2$?	$\frac{L^3}{6}$

この計算結果を元にして、つまようじの T を求めた。

つまようじの断面を、1辺が3 mmの正方形だと仮定し、 $L=0.3$ を①に代入すると、 $T = 23.75 \times 0.09 = 2.1375$ [kN] となる。

これはつまり、「つまようじを引っ張って引き千切るためには、少なくとも2.1375 kNの力が必要である」ということを表している。このことを確かめるためには、つまようじに **213.75kg** のおもりを吊るせばよいだろうと考えた。微調整が大変であるため、まず **200kg** のおもりを吊るして耐えるのかどうかを実験してみたいと思うが、そのための装置は現在模索中である。(2011.10.17)

ただし、この結果には疑問点もある。計算に使用した数値が断面積(=L×L)だけであるため、「どのような素材を用いても①式が成り立つ」ということになる。木や、鉄などの金属、合金などの強度が(引っ張りに対して)全て同じということであるが、そのようなことは考えにくい。実際におもりを吊るすことによって、この真偽も確かめられるのではないかと思う。

4.参考・引用文献

- ① “橋の文化誌” 著…三浦基弘・岡本義喬 編…土木学会関西支部
- ② “図解・橋の科学 —なぜその形なのか? どう架けるのか?—” 著…田中輝彦・渡邊栄一 他
- ③ West Point Bridge Design Contest …… <http://bridgecontest.usma.edu/index.htm>
(West Point Bridge Designer 2010 のあるページ)