

ゲーム理論

要旨

ゲーム理論、特に囚人のジレンマという例に注目し、本やインターネットを用いて調べた。

囚人のジレンマとは、個々の最適な選択の結果が全体の最大利益に繋がらない状況を例えたものであり、支配戦略やマックスミニ戦略を用いて囚人のジレンマの解を求め、その状況に陥る過程を理解した。また、現実に行き起きている囚人のジレンマのような例を挙げ、契約を交わすという条件をつけ、解き直した。契約を交わすことでゲームの状況が変わり、ジレンマが解消されることが分かった。

1. 目的

ゲーム理論、特に囚人のジレンマとは何かを調べ、現実社会でどのような場合に当てはまるのかを知り、解決方法を探す。

2. 研究内容

(1) ゲーム理論

ゲーム理論とは、相手の行動が自分の利益を左右し、自分の行動が相手の利益を左右する状況を「ゲーム」とみて、その時プレイヤーがどのような行動を選択するかを分析する理論である。プレイヤーは必ずしも人間である必要はなく、意思が一つに統一されていれば企業や国もプレイヤーと考えることができる。ゲーム理論は協力ゲームと非協力ゲームに大きく分けられる。協力ゲームの場合は、プレイヤーが話し合って契約を結ぶ時に利益がどう配分されるかを分析し、非協力ゲームの場合は、それぞれのプレイヤーが自分の利益を高めるために勝手に行動する時に何が起こるかを分析する。分析によって予想される結果をゲームの解という。

(2) 囚人のジレンマ

囚人のジレンマは、各プレイヤーが自身の利益だけを求めた結果、それぞれのプレイヤーにとっていちばんよい結果が得られないという状況を説明するために、数学者 A. タッカーが用いた寓話である。内容は次のようになっている。

- 一 ある重罪を犯した二人の人物が別の軽い罪で逮捕され、その重罪の自白を迫られている。
- 二 どちらか一方が自白したとき、その人は釈放され、相手は懲役25年の判決を受ける。
- 三 二人とも自白したとき、どちらも懲役5年の判決を受ける。
- 四 二人とも黙秘したとき、軽い罪でしか問うことができず、懲役1年の判決を受ける。
- 五 二人は別々に拘束されているので、お互いに相手の行動はわからない。

囚人のジレンマは「同時ゲーム（相手の行動を知らずに、自分の行動を選択していくゲーム）」というゲームに分類され、次のような表（利得行列という）に整理することができる。

囚人 A \ 囚人 B	黙秘	自白
黙秘	(-1, -1)	(-25, 0)
自白	(0, -25)	(-5, -5)

*カッコ内の左側の数字は囚人 A の利得（プレイヤーの利益）、右側の数字は囚人 B の利得を表している。

[1] 支配戦略

相手がこうしてきたら自分はこうする、というような、状況に応じた自分の行動の計画を戦略という。あるゲームで戦略 A と戦略 B が考えられ、相手が何をしてきても A が B より高い利得を得られるとき、戦略 A を支配戦略という。

支配戦略を用いてゲームの解を求めるときは、各プレイヤーの立場になり、一番利得の高い選択を考える。

囚人 A の立場を考えると、

ア 囚人 B が黙秘したとき

囚人 A は「黙秘」を選んだ時の利得が-1、「自白」を選んだ時の利得が0だから「自白」を選んだ方が利得が高くなる。

イ 囚人 B が自白したとき

囚人 A は「黙秘」を選んだ時の利得が-25、「自白」を選んだときの利得が-5だから「自白」を選んだほうが利得が高くなる。

ア、イより、囚人 B が黙秘しても自白しても、囚人 A は自白したほうがいい。

囚人 B の立場でも同様になるから、どちらも「自白」を選ぶ。

[2]マックスミニ戦略

戦略 A、B があるとき、A で得られる最小の利得と B で得られる最小の利得を比べ、戦略 A で得られる最小の利得の方が大きいとき、戦略 A をマックスミニ戦略という。

つまり、マックスミニ戦略とはリスクを最小に抑える戦略である。

囚人 A の立場を考えると、

ア 囚人 A が黙秘するとき

囚人 B が「黙秘」を選んだ時の利得が -1 、「自白」を選んだ時の利得が -25 だから最小の利得は -25 。

イ 囚人 A が自白するとき

囚人 B が「黙秘」を選んだ時の利得が 0 、「自白」を選んだ時の利得が -5 だから最小利得は -5 。

ア、イより、最小利得の中で最大の利得は「自白」の -5 。

囚人 B の立場でも同様になるから、どちらも「自白」を選ぶ。

[1][2]から、「囚人のジレンマ」では互いに黙秘した方が全体の利得が高くなる ($-1, -1$) にもかかわらず、互いに自白してしまうことがわかる。

(3) 現実社会での例

囚人のジレンマのような、個々の最適な選択の結果が全体の最大利益に繋がらない状況は、現実の社会にもよく見られる。例えば、牛井の大手企業が次々に値下げを行うことや、世界の国々が核を捨てられない状況もこれにあてはまる場合がある。

【値下げの例】

同じ商品を扱っている企業 A、B がある。A、B は現在同じだけの利益 5 を上げており、互いに商品の値下げを考えている。

一 A だけが値下げをした場合、A は 9、B は 2 の利得を得る(3 だけ損をする)。

二 B だけが値下げをした場合、B は 9、A は 2 の利得を得る(3 だけ損をする)。

三 両方が値下げをした場合、売上数は変わらないが単価が下がるため、両方が 3 の利得を得る(2 だけ損をする)。

四 両方が値下げをしなかった場合、現在と変わらず両方が 5 の利得を得る。

これを利得行列にまとめると、このようになる。

		企業 B	
		値下げをしない	値下げをする
企業 A	値下げをしない	(5, 5)	(2, 9)
	値下げをする	(9, 2)	(3, 3)

A について考えると、

A が値下げをしない時、A の最小利得は 2。

A が値下げをする時、A の最小利得は 3。

最小利得のうちで利得が最大になるのは値下げをする時。

よって A は値下げをする。

B も同様であるから、このゲームの解は右下、(3, 3)になるが、

右上の(5, 5)より双方の利得が低くなっている。

(4) ジレンマの解決方法

このような状況を解決するための方法として、契約を交わすことが挙げられる。上の例で言えば、A、B が「値下げをしない」という協定を結ぶことなどである。しかし、双方とも「相手が値下げをせず、自分が値下げをする」という場合に一番利得が大きくなっているので、裏切りが起き結局双方とも値下げをしてしまう。

そこで、協定を破った場合相手に罰金を払うことにする。例えば罰金にあたる利得を 7 とすると、利得行列は次のように変化する。

企業 A \ 企業 B	値下げをしない	値下げをする
	値下げをしない	値下げをする
値下げをしない	(5, 5)	(9, 2)
値下げをする	(2, 9)	(3, 3)

A について考えると、

A が値下げをしない時、A の最小利得は 5。

A が値下げをする時、A の最小利得は 2。

最小利得のうちで利得が最大になるのは値下げをしない時。

よって A は値下げをしない。

B についても同様であるから、このゲームの解は左上(5, 5)となる。

ただし、実際に罰金を払わせることができるかどうかという問題もあるため、現実にはこの方法だけでジレンマを解決することは難しい。

3. 参考文献、引用文献

「ゲーム理論と情報の経済学」 神戸伸輔 著 日本評論社

「図解雑学ゲーム理論」 渡辺隆裕 著 ナツメ社